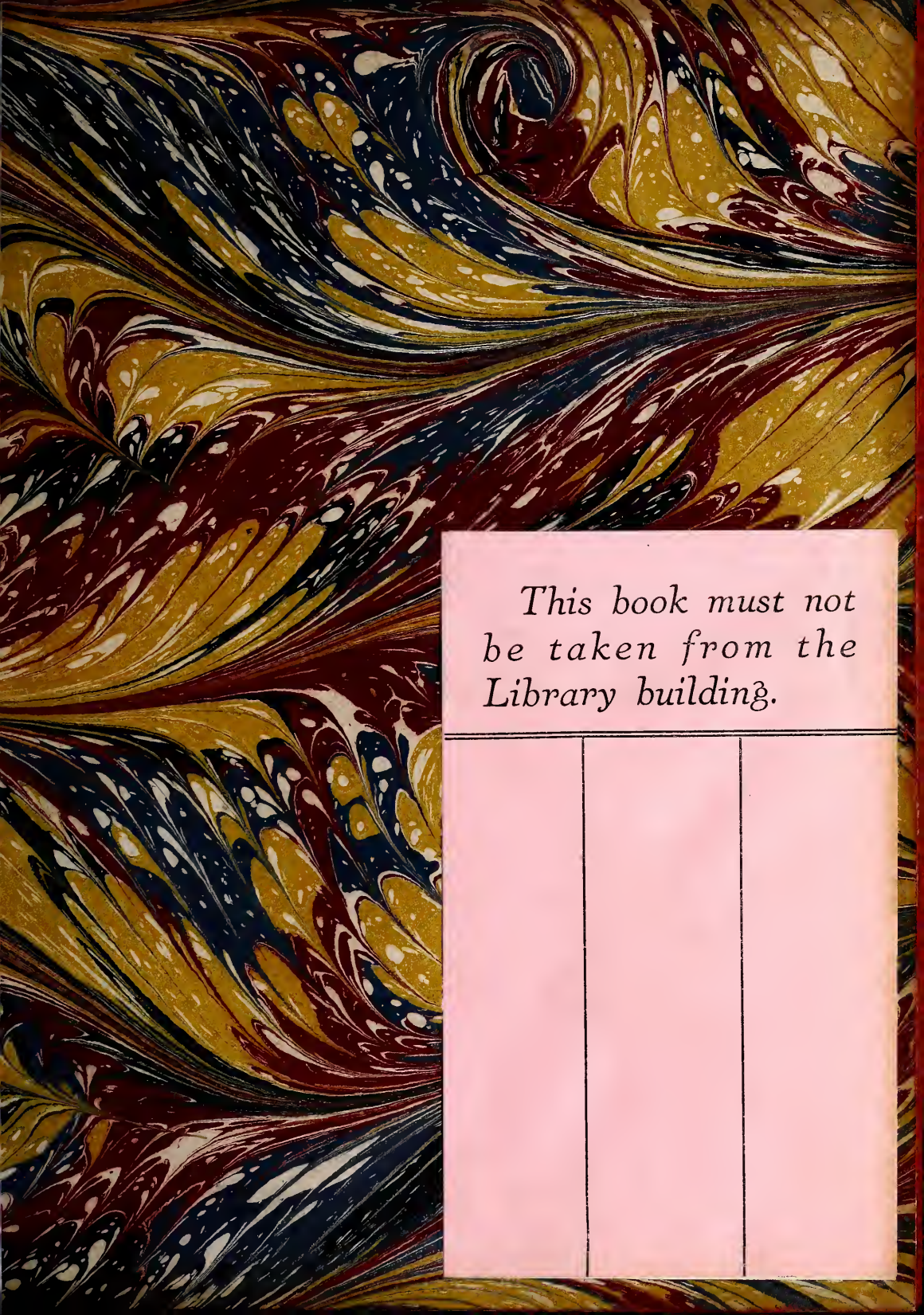
The Library
of the
University of North Carolina

Endowed by The Dialectic
and
Philanthropic Societies

V 781.1
T19t

Music lib.


This book must not be taken from the Library building.

Digitized by the Internet Archive
in 2013

http://archive.org/details/trattatodimusica00tart

TRATTATO
DI
MUSICA
SECONDO LA VERA SCIENZA
DELL' ARMONIA.

IN PADOVA, MDCCLIV.
Nella Stamperia del Seminario.
Appresso Giovanni Manfrè.
CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

Trattato Primo ——— 1
Cap. Primo De' Fenomeni Armonici, &c — 10
Cap. Secondo Del Circolo, ——— 20
Cap. Terzo Del Sistema Musicale ——— 49
Cap. Quarto Della Scala &c ——— 94
Cap. Quinto. De' Modi &c ——— 134
Cap. Sesto Degl' Intervalli &c ——— 156
Conclusione. ——— 174

DECIO AGOSTINO TRENTO

All' erudito, e corteſe Leggitore.

Ciò, che il più delle volte ſuole accadere agli uomini di adoperarſi, e tener dietro a quello a che meno penſavano, ſuccede a me in oggi, che diſtratto dagli ſtudj per il tenor delle coſe mie, pur devo eſpormi agli occhi dei Letterati in atto di preſentar loro un Libro di nuovo, e grave argomento. Queſto Libro egli è un parto del virtuoſiſſimo Signor Giuſeppe Tartini, il quale volendo grazioſamente condiſcendere a me, ch' era vogliosò di ſaper l' origine, e la ſcienza più toſto che la pratica della Muſica, ſi è adoperato in eſtendere queſto Trattato, il quale per la novità del metodo, e per la ſceltezza delle cognizioni, ſupera di gran lunga ogni attentato più vivo di qualunque ricerca, ch' io gli abbia mai fatta fra i noſtri privati trattenimenti. Imperciocchè ſiccome Egli è tutto immerſo nello inveſtigare, e nello ſcorrere da capo a fondo la Scienza fiſico-armonica; così non può a meno che di queſta più aſſai non tratti che della Muſica, piccolo ruſcello benchè delizioſo, derivante da quella gran fonte. In queſto modo però Ei ci ha forniti di un bene ridondante così, che io capace non ſono di goderne appieno: e quindi mi trovo condotto alla dura neceſſità di patire la taccia di ſconoſcente verſo di Lui, o d' invidioſo e d' ingiu-

36/1939

ſto cogli uomini eruditi, quando amaſſi meglio di laſciar anzi perire tal bene nella obblivione, che di parteciparlo a coloro, che ſapranno goderne più di me a ſazietà. Quanto a Lui, che per modeſtia ſomma ſi è ſempre gagliardamente commoſſo al ſolo cenno di voler io mettere in luce queſto ſuo dono, ſo ch' Ei non riceve per un tratto di gratitudine la riſoluzione di uſare come di coſa mia, di queſti ſuoi Scritti; ma quanto al tenerli occulti, e privar così il Pubblico di queſto vantaggio, tolga Iddio da me tal penſiere, ch' io ſtimo indegno d' ogni uomo oneſto. Io però a Voi li preſento, corteſe, ed erudito Leggitore, che ne ſarete più degno eſtimatore di me: e la offerta poi ſi farà degna di Voi, ſe vi compiacerete di leggerne il contenuto con matura ponderazione. Nè mi opponeſte già di non ſentir voi paſſione o diletto alcuno per la Muſica, o di non intenderla baſtevolmente; che mal mi opporreſte: poichè ſol tanto che vogliate voi riſalire alcun poco verſo l' origine di lei, troverete una fonte di cognizioni filoſofiche non volgari viva perenne ineſauſta. Da queſta prezioſa fonte derivano ſempre le dimoſtrazioni, e le verità filoſofiche onde ha felicemente aſperſo queſto Trattato il noſtro Autore. Leggetelo dunque di buon animo attentamente: che di queſta mia aſſerzione vi trovarete sì preſto perſuaſo, come dei rari talenti di Lui ſi è toſto perſuaſa qualunque perſona erudita, ch' abbia avuta occaſione di praticarlo familiarmente. E ſe nel leggerlo Ei vi reca piacere, vi prego di ciò ſolamente, che mi aggiungiate col giudicio voſtro, e col voſtro applauſo tanto di conforto, ch' io mi tenga pago di aver tratto un gior-

no

no queſt' uomo, ad onta d' ogni ſua difeſa, dal naſcoſto ſilenzio, ove una troppo rigida modeſtia lo vuol giacente, e ſepolto. Il che certo, quando ſi prenda la coſa in ſomma, dovrà valermi per un teſtimonio di riconoſcenza, e di affetto verſo di Lui, che amo aſſai da gran tempo, e da cui ſommamente mi ſento eſſere amato. Queſto ſi è il mio intendimento nel pubblicare queſto Trattato; e intendo in oltre di atteſtare al Mondo tutto, che ſe io non ſono fornito a dovere di Lettere, riveriſco però profondamente chiunque ſia fornito di Lettere, erudizione, e dottrina. Riveriſco perciò ancora Voi, Lettore erudito e corteſe, e vi deſidero ogni maggiore felicità.

GIUSEPPE TARTINI

AL NOBILE SIG. CONTE

DECIO AGOSTINO TRENTO.

HO finalmente ſcritto con ordine ſecondo il di lei comando quanto ſi è tra noi variamente diſcorſo in diverſi tempi ſopra l' Armonia Muſicale teorica, e pratica: particolar ſuo diletto. Nell' obbedirla mi ſon compiaciuto per due ragioni. La prima ſi è, che nel ſecondare queſto ſuo deſiderio, vengo ad eſercitare quella doppia legge di riſpetto, e di amore, che le profeſſo. La ſeconda, ſignificantiſſima nel caſo preſente, ſi è quella di dover ripaſſare con tutta la maggior rifleſſione quelle diſpute, che tra noi ſono occorſe nel trattare in voce queſta materia. Il di lei ingegno veramente profondo, e ſiſtematico non è capace di acquietarſi ad una ragione ſingolare, ſeparata da quella catena di ragioni, che conducono per forza a que' tali principj primi, ſopra de' quali certamente non poſſa aſſegnarſi altro principio. Io pur troppo ne ho la prova a mie ſpeſe; confeſſandole di nuovo quanto le ho confeſſato altre volte, che per riſponder adeguatamente alle di lei obbiezioni ſempre graviſſime, e ſempre ſiſtematiche, ho dovuto penſar molto. Ora ſiamo nel caſo, e alle ſtrette. Ella ſi è compiaciuta di trattar meco diſcorſivamente queſto ſoggetto ſenza impegno di ſtudio metodico, ſenza ordine di tempo, e di materie; in ſomma per ſuo diletto, e non per ſua occupazione. Può darſi beniſſimo, che molte volte Ella non abbia avvertito

tito a tutte le difficoltà, e oppoſizioni; perchè ſebben il ſuo ingegno ſia prontiſſimo, e la ſua memoria non ſia che intelligenza: nientedimeno è facile talora il divertire altrove la mente; e queſto ſviamento benchè dipenda per lo più da circoſtanze eſtrinſeche, può tanto e tanto far sì, che a tutto con eſattezza non ſi poſſa avvertire. Quante volte ſono ſtati interrotti li noſtri diſcorſi da ſue viſite, e affari ſenza averli mai ripigliati, e conſumati? Ora io mi compiacio di porle ſotto gli occhi il ſiſtema intiero, e ordinato. Lo leggerà a ſuo comodo; non le ſfuggirà coſa alcuna dalla conſiderazione; ed io ritornato in Città ſentirò con piacere, e con intereſſe il ſuo giudicio, che per me è di momento ſommo. L' ordine preſo nella eſpoſizione del Trattato naſce dalle coſe, com' Ella vedrà. Ho ſeparato da queſt' ordine il breve trattato della Scienza Aritmetica, acciò ella poſſa rivederlo, e tenerſelo pronto al biſogno. Il di più di queſta Scienza, di cui il trattato è una minima parte, è ſuperfluo preſentemente. Le mantengo fedelmente il patto di non attendere all' erudizioni, e le giuro di non aver durato fatica nel mantenerglielo con tutta eſattezza. Ho creduto inutil coſa il diſcendere alle minime particolarità dell' Armonia pratica, o ſia contrappunto. Le avrei fatto torto ſapendo io per prova quali, e quanti corollarj ella ſappia legittimamente dedurre da una ſicura propoſizione. Oltre di che il mio proponimento in queſto trattato non altro ſi è che formare uno ſcheletro del ſiſtema muſicale dedotto da principj fiſici, e dimoſtrativi, e conſtituito dalle ſue parti integrali in tal modo, che non laſci luogo veruno di aggiungere, o levare coſa alcuna alla di lui ſoſtanza, ſebben vi reſta luogo a molte deduzioni; e tale, ſe non m' inganno, è ſtato il ſuo deſiderio, e comando. Non mi ſon poi potuto difendere da un riſo ſmoderato cagionatomi dal primo penſiero venutomi in capo di ſcrivere il trattato preſente in iſtile piuttoſto colto, che piano.

no. Buona ſorte, che non vi ho alloggiato. Lo ſtile è baſſo, non che piano; e così va bene, perchè così ella vede, che ſcrivo di cuore, e non di teſta. In ſomma io ho fatto il meglio, che ho potuto, e ſaputo per obbedirla, e deſidero di cuore di eſſervi riuſcito.

TRATTATO PREMESSO.

NEL breve preſente trattato, piccola parte della Scienza aritmetica antica, ſi ſuppongono cognite le comuni operazioni di ſommare, ſottrarre, moltiplicar, e divider le ragioni. L' immediato, e proſſimo fondamento di queſta parte dipende dalla dimoſtrazione aſſegnata nel terzo Capitolo, Propoſizione ſeſta, Figura VI, per dimoſtrare, che nella ſeſtupla ſi trova periodo, e compimento della eſtenſione integrale dell' armonico ſiſtema in forza de' quattro mezzi della ragion dupla dimoſtrata principio primo univerſale del ſiſtema. Di conſenſo comune eſſendo quattro i mezzi di qualunque ragione, armonico, geometrico, aritmetico, contrarmonico; Per dimoſtrazione comune data la dupla 120, 60, eſſendo il mezzo armonico 80, l' aritmetico 90, il contrarmonico 100, e nella ſopraccennata dimoſtrazione riſultando oltre i tre aſſegnati un' altro mezzo, ch' è 84; ſe ſono veri mezzi li tre aſſegnati, ſarà vero mezzo anco il quarto. Ma dati li tre mezzi, armonico, aritmetico, contrarmonico, non vi manca ſe non il geometrico. Dunque il riſultato 84 è il mezzo geometrico, che manca: molto più perchè riſulta tra il mezzo armonico 80, e aritmetico 90. Non eſſendo 84 nè l'uno, nè l' altro de' due mezzi ſuddetti, e riſultando dimoſtrativamente tra li medeſimi, dentro de' quali deve trovarſi il mezzo geometrico, ſarà 84 il mezzo geometrico riſpettivo all' armonico ſiſtema; qual mezzo ridotto con li ſuoi eſtremi relativi 120, 60, a numeri primi, è 10, 7, 5. Di queſto tal mezzo, come geometrico, non ſi ha, nè può averſi idea, perchè è contro la definizione, e intelligenza comune. S' intende, e definiſce, che il mezzo geometrico ſia quello,

le di cui differenze ſono tra loro in ragione eguale alla ragione dimidiata degli eſtremi. Dato 1, 2, 4, ſaranno le differenze 1, 2. Dunque in ragione eguale alla ragion dimidiata, 1, 2, e 2, 4 degli eſtremi 1, 4. Ma dati 5, 7, 10, la ragion formata dalle differenze 2, 3, non è eguale alla ragione 5, 7, nè alla ragione 7, 10 degli eſtremi 5, 10; nè lo può eſſere, perchè 5, 7; 7, 10 non ſono ragioni eguali tra loro. Dunque 7 non è, nè può eſſer mezzo geometrico tra 5, 10, ſecondo la definizione, e intelligenza comune.

Tutto è vero dimoſtrativamente; anzi (per corollario) il mezzo geometrico moltiplicato in ſe ſteſſo dovendo produrre quanto gli eſtremi moltiplicati tra loro, è chiaro, che moltiplicato 7 in ſe ſteſſo producendo 49, e gli eſtremi 5, 10, tra loro producendo 50, non può eſſer 7 mezzo geometrico ſecondo la definizione, e intelligenza comune. Oltredichè è coſa nota, che quando nel numero aritmetico comune non vi ſia la ragione duplicata, come 1, 4 ragion duplicata di 1, 2; così 4, 9, ragion duplicata di 4, 6 ec., è inaſſegnabile il mezzo geometrico in numero razionale: eſſendo più aſſioma, che propoſizione, che data qualunque ragione ſemplice, o compoſta della ſerie aritmetica, il mezzo geometrico riſpettivo è di quantità irrazionale; e però inaſſegnabile col numero razionale, e ſolamente aſſegnabile, e dimoſtrabile per linea.

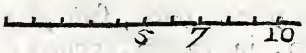
Dopo aver tuttociò accordato alla Scienza Geometrica, ſi deve indagare coſa debba accordarſi alla Scienza armonica, a cui queſto mezzo appartiene, e da cui è dimoſtrativamente dedotto. Per conoſcer la ſua natura è neceſſaria la ſua analiſi. Dati li tre termini 5, 7, 10, de' quali ſono differenze 2, 3; dati a ragguaglio di converſione di mezzo negli eſtremi li tre termini 7, 10, 14, de' quali ſono differenze 3, 4, ſi rileva, che 5 è ſomma di 2, 3; che 7 è ſomma di 3, 4. Ma ſommate le due ragioni formate dalle due differenze 2, 3 il riſultato è la ragion ſubdupla, 6, 12, e

$$\frac{3}{6}\ \frac{4}{12}$$

però eguale a 5, 10, eſtremi del mezzo 7, e a 7, 14, eſtremi del mezzo 10. Dunque la formazione de' due numeri 5, 7 è la ſomma de' termini delle due ragioni integranti la dupla; cioè ſeſquialtera 3, 2, $\frac{3}{5}$ (ſomma); ſeſquiterza 4, 3, $\frac{3}{7}$ (ſomma); e ciò in genere di principio primo. Riſpetto a queſto principio è certo, che 5 è relativo alla ragion ſeſquialtera 3, 2; 7 è relativo alla ragion ſeſquiterza 4, 3; e come queſte due ragioni ſommate formano la dupla, così 5, 7, devono eſſer termini relativi alla dupla. Si deve dunque eſaminare di qual natura ſia queſta relazione.

Dati li tre termini, 5, 7, 10, e formata una ſerie, o ſia progreſſione

ne per ſomma nel modo ſeguente per eſtremi dupli, 5, 7, 10 ragguagliati ad una linea diviſa in dieci parti eguali.



5 7

12, 17, 24 ragguagliati alla ſteſſa linea diviſa in parti 24

12 17

29 41 58 ragguagliati alla ſteſſa linea diviſa in parti 58

29 41

70 99 140 ragguagliati alla ſteſſa linea diviſa in parti 140 ec.

Si trova, che il prodotto di 7, come mezzo geometrico della ſubdupla 5, 10, moltiplicato in ſe ſteſſo, manca dal prodotto degli eſtremi 5, 10, moltiplicati tra loro della ragione differenziale 49, 50. Che il prodotto di 17, come mezzo geometrico della ſubdupla 12, 24, moltiplicato in ſe ſteſſo, eccede il prodotto degli eſtremi 12, 24 moltiplicati tra loro della ragione differenziale 289, 288. Dunque in molto minor differenza di 49, 50. Che il prodotto di 41, come mezzo geometrico della ſubdupla 29, 58, moltiplicato in ſe ſteſſo, manca dal prodotto degli eſtremi 29, 58, moltiplicati tra loro della ragione differenziale 1681, 1682. Dunque in differenza molto minore di 288, 289. Che il prodotto di 99, come mezzo geometrico della ſubdupla 70, 140, moltiplicato in ſe ſteſſo, eccede il prodotto degli eſtremi 70, 140, moltiplicati tra loro della ragione differenziale 9801, 9800. Dunque in differenza molto minore di 1682, 1681. Ma la progreſſione è infinita, e in infinito ſi va ſempre più approſſimando il prodotto del mezzo, come geometrico, al prodotto degli eſtremi. Dunque tal mezzo è di natura geometrica in genere, e per conſeguenza è geometrica la ſua relazione agli eſtremi. Della ſteſſa natura ſaranno le riſpettive differenze, che procedono dalla prima poſizione de' due termini 5, 7.

12. 17. 24. 29. 41. 58. 70. 99. 140.

differenze 5. 7. 12. 17. 29. 41. ec.

Ma più. Dati li ſteſſi tre termini 5, 7, 10, formanti per moltiplica la proporzion dupla geometrica diſcreta 5 7 e dedotto il mezzo a- 7 10,

35, 49, 50, 70

ritmetico tra li due mezzi 49, 50, ſarà $49 : \frac{1}{2}$; in numeri intieri (duplicando il mezzo, e gli eſtremi) 70, 99, 140. Dunque poſizione identica alla già dedotta in minor differenza di tutte. Ma data la moltiplica di 70 99 e dedotto il mezzo aritmetico tra li due 99 140,

dupla geometrica diſcreta. 6930. 9800, 9801. 13860

mezzi 9800, 9801, farà $9800 : \frac{1}{2}$; duplicati i tre termini 6930, $9800 : \frac{1}{2}$, 13860, in 13860, 19601, 27720, il prodotto del mezzo 19601 moltiplicato in se stesso sarà 384199201; degli estremi 13860, 27720 moltiplicati tra loro sarà 384199200: differenza completa della unità in cifre nove. Dunque natura di mezzo geometrico in genere. Ma non eguaglia mai nel suo prodotto o per eccesso, o per difetto della unità il prodotto degli estremi; ed è formato col numero razionale. Dunque in ispecie si deve chiamare, e definire mezzo geometrico razionale incompleto a differenza del mezzo geometrico irrazionale completo, ch' è il mezzo secondo la intelligenza comune.

Data dunque qualsivoglia proporzione geometrica discreta, i di cui mezzi siano tra loro in differenza di unità, il mezzo aritmetico tra questi due mezzi sarà il mezzo geometrico razionale incompleto della ragione rispettiva degli estremi; e questo nel suo prodotto eccederà della unità il prodotto degli estremi senzachè mai vi siano, nè possano mai esservi frazioni. Indi un comodo infinito per l' assegnazione delle radici di qualunque ragione in numeri razionali, e per la minorazione dell' eccesso, o difetto delle radici in progressione infinita. Perchè volendosi per esempio assegnare le radici della ragione subsesquialtera 2, 3, ridotta la ragione a proporzione geometrica discreta in 20, 24, 25, 30, sarà $24 : \frac{1}{2}$ il mezzo aritmetico tra i due mezzi 24, 25. Duplicati estremi, e mezzo in 40, 49, 60, saranno 40, 49; ed egualmente 49, 60, radici della ragione 2, 3, con l' eccesso della unità nel prodotto di 49. Perchè

40	49
40	49.
1600	2401

Ma sottratta la unità da 2401, resta 2400, e 1600, 2400, eguali a 2, 3. Dunque ec. Se si vuole minorar la differenza, sì moltiplichino i tre termini $\begin{matrix} 40 & \times & 49 \\ 49 & \times & 60. \end{matrix}$ Assegnato il mezzo

1960, 2400, 2401, 2940.

aritmetico $2400 : \frac{1}{2}$ tra i due 2400, 2401, duplicati estremi, e mezzo in 3920, 4801, 5880, saranno radici molto più proffime della ragione 2, 3, così 3920, 4801, come 4801, 5880. Perchè

3920.	4401.
15366400	23049601

Ma sottratta la unità da 23049601, resta 23049600, e però 15366400, 23049600 ragione eguale a 2, 3. Dunque ec.

Quando si vogliano assegnare le radici delle radici: per esempio le radici di 40, 49; ridotti li due termini a proporzione geometrica discreta, e dedotto il mezzo aritmetico tra i due mezzi della proporzione, il mez-

mezzo dedotto congiunto con qualunque de' due eſtremi formarà le ricercate radici. Queſto progreſſo di aſſegnazione di radici prime, ſeconde, terze ec. è infinito; ed è egualmente infinito il progreſſo della minorazione dell' eccesſo, e difetto di tutte le radici ſuddette. Ma non ſi danno radici in queſto ſenſo, ſe non come geometriche. Dunque ſi conferma ec. Ella Sig. Conte ſi degni di avvertire, che nel Trattato muſicale pieno di proporzioni geometriche diſcrete io chiamo centri della proporzione i mezzi riſpettivi, armonico, aritmetico, dentro de' quali ſi rinchiude tanto il mezzo geometrico completo d' intelligenza comune, ch' è l' ineſprimibile co' numeri razionali, quanto il mezzo geometrico incompleto di queſta Scienza, ch' è l' eſprimibile co' numeri razionali. Lo ſteſſo faccio riſpetto a' due mezzi, aritmetico, e contrarmonico nello ſteſſo riſpetto. So per altri principj di chiamarli giuſtamente co'l nome di centri. Ma nulla importando il nome, baſta ch' ella intenda la coſa da me chiamata con queſto nome.

Avverta parimenti, che quando per eſempio io dico tra 5, 7, come radici duple, eſſervi in prodotto la ragione differenziale 49, 50, di cui o eccede 5, o manca 7 riſpetto alla ragione completa, che ſi vuol indicare, dico in ſoſtanza lo ſteſſo, che ſi dice dalla ſcienza comune delle proporzioni, e mi ſpiego. Suppoſta la proporzione 5, 7, 10, e dati da una parte 5, 7, dall' altra 7, 10, come radici degli eſtremi della proporzione, per dimoſtrare qual ecceda, qual manchi, ſi riduce la proporzione a 35, 49, 50, 70. In queſta vi ſono i due mezzi 49, 50; il mezzo 49 a 35 è come 7 a 5: il mezzo 50 a 35 è come 10 a 7. Egualmente 49 a 70 è come 7 a 10: 50 a 70 è come 5 a 7. Comunemente s' intende che 49 manca di $\frac{1}{70}$, 50 eccede di $\frac{1}{70}$, perchè 70 è il termine maggiore della proporzione, indicante una linea diviſa in parti ſettanta. Così intendo anch' io riſpetto alla ſoſtanza della indicata materiale quantità; ma non così riſpetto alla ragione, che neceſſariamente riſulta dalla differenza de' due mezzi, e forma il centro della proporzione. Da queſta, che per me è principio primo, ed è capo di ſcienza, io deſumo le differenze, e non dagli eſtremi. Non eſſendo neceſſaria la ſpiegazione di quel principio, che io ſuppongo, baſta la preſente ſpiegazione, acciò ella intenda ſoſtanzialmente ciò che io voglio dire, e acciò ſappia riportare il mio modo particolare al modo comune.

Ritornando al principio primo ſe 5 come ſomma di 2, 3; ſe 7 come ſomma di 3, 4, ſono radici geometriche incomplete della dupla, perchè ſommate le due ragioni 2, 3; 3, 4, formano la dupla, ſarà propoſizione univerſale, che nella proporzione aritmetica di prima ſemplicità ſommate le due ragioni formanti la proporzione, i termini riſultanti ſaranno radici geometriche incomplete degli eſtremi della proporzione.

ne. Sia la proporzione aritmetica 3, 4, 5. Saranno 7, 9 radici di 3,

3, 4

Somma 7, 9

5. Perchè moltipl. $\begin{matrix} 7 \\ \underline{7} \\ 49 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 9 \\ \underline{9} \\ 81 \end{matrix}$; sottratta la unità da 49, 81, resta 48, 80; ma è eguale a 3, 5. Dunque ec.

Sia la proporzione aritmetica 4, 5, 6, Saranno 9, 11, radici di

4, 5

9, 11

4, 6. Perchè moltipl. $\begin{matrix} 9 \\ \underline{9} \\ 81 \end{matrix}$ $\begin{matrix} 11 \\ \underline{11} \\ 121 \end{matrix}$; sottratta la unità, 80, 120 eguale a 4, 6, o sia 2, 3. Dunque ec.

Sarà dunque lo stesso duplicando i termini della data proporzione, e deducendo i due mezzi aritmetici tra il mezzo, e gli estremi. Data la subdupla in aritmetica proporzione, sarà 2, 3, 4. Duplicati i termini sarà 4, 6, 8. Dedotti li due mezzi, sarà 5 tra 4, 6; sarà 7 tra 6, 8. Saranno 5, 7, radici della dupla. Proseguendo con questo metodo data la proporzione aritmetica di 5, 6, 7, duplicati in 10, 12, 14: dedotti i due mezzi 11, 13, saranno radici della ragione 5, 7; e però radici delle radici duple. Così in infinito ec.

Rispetto poi all' eccesso, e difetto delle radici prime, dalle quali passa sempre maggiore alle seconde, terze radici ec., si osservi, che dato 5 come mezzo aritmetico tra 4, 6; dato 7 come mezzo aritmetico tra 6, 8, la loro indicazione, e significazione è differente dalla loro moltiplica. Nella moltiplica eccedono, o mancano della unità, e però sono radici geometriche incomplete; sebben quando si voglia ridurre il loro maneggio a calcolo esatto, è facile il consumarlo dimostrativamente, perch' è nota dimostrativamente la ragione differenziale dell' eccesso, e difetto. Ma la loro indicazione, e significazione è del mezzo geometrico irrazionale completo secondo la definizione, e intelligenza comune. Il termine 5 indica, e significa la media proporzionale della ragione 2, 3, perch' è la somma di 2, 3. Il termine 7 indica e significa la media proporzionale della ragione 3, 4 perch' è la somma di 3, 4. Però dato un Circolo, il di cui diametro sia diviso in cinque parti eguali, condotto il seno dalle due parti alla circonferenza, il seno sarà la linea indicata, e significata da 5. Aggiunte allo stesso diametro altre due parti eguali, e però fatto di sette parti; dedotta dal diametro accresciuto la nuova circonferenza maggiore, e condotto il seno dalle tre parti alla circonferenza, il seno sarà la linea indicata, e significata da 7; e queste due linee saran-

no

no geometricamente tra loro, come lato, e diagonale del quadrato: in sostanza radici duple geometriche complete.

Egualmente dati 9, 11, radici geometriche incomplete della ragione 2, 3, si divida il diametro in nove parti eguali, e dalle quattro parti si conduca il seno alla circonferenza. Il seno sarà la linea indicata, e significata da 9. Allo stesso diametro aggiunte altre due parti eguali, e però fatto di undeci parti; dedotta dal diametro accresciuto la nuova circonferenza maggiore, e condotto dalle cinque parti il seno alla circonferenza, il seno sarà la linea indicata, e significata da 11; e queste due linee saranno radici, geometriche complete della ragione 2, 3. Questa è la intrinseca significazione di tali numeri aritmetici, come radici, ed è chiara, perch' è la proprietà inseparabile dalla loro formazione per somma. Se 5 è somma di 2, 3; se 7 è somma di 3, 4; e le due ragioni subsesquialtera 2, 3, subsesquiterza 3, 4 formano nella loro somma la ragion dupla, è chiaro, che la media proporzionale di 2, 3, la media proporzionale di 3, 4 saranno tra loro, come lato, e diagonale, cioè radici duple. Egualmente se 9 è la somma di 4, 5, se 11 la somma di 5, 6; e le due ragioni subsesquiquarta 4, 5, subsesquiquinta 5, 6 formano nella loro somma la sesquialtera, è chiaro, che la media proporzionale di 4, 5, la media proporzionale di 5, 6 saranno radici sesquialtere ec. Indi ne viene, che da tali numeri sia inseparabile la proprietà di trovarsi chiusi in differenza di unità tra due numeri, quali moltiplicati tra loro producano la quantità completa, perchè appunto tali numeri indicano, e significano la media proporzionale di quella ragione, ch' è formata da due numeri suddetti, da cui sono chiusi. Per esempio 5 è chiuso da 4, 6. Dunque dalla ragione subsesquialtera. 7 è chiuso da 6, 8. Dunque dalla ragione subsesquiterza. Ma la media proporzionale tra 4, 6, la media proporzionale tra 6, 8, sono tra loro come lato, e diagonale, e però radici duple; egualmente moltiplicato 4 per 6, il prodotto è 24: moltiplicato 6 per 8, il prodotto è 48, e però i due prodotti sono tra loro in ragion dupla. Dunque così è ec. In forza di tali radici, e di tal metodo si può dimostrativamente assegnare qualunque linea geometrica di prima posizione, o sia di radice prima. Si proponga di formar geometricamente il lato, e la diagonale di un quadrato. Dico che ridotte a proporzione geometrica discreta le radici duple

5, 7, 10, in $\begin{matrix} 5 & & 7 \\ & \times & \\ 7 & & 10 \end{matrix}$, e dedotte le differenze, tra 35, 49, diffe-

35. 49. 50. 70

renza 14; tra 35, 50. dif. 15; tra 50, 70, dif. 20; tra 49, 70, dif. 21; si avranno i quattro termini delle differenze, 14, 15, 20, 21, quali si dividano in due ragioni, cioè in 14, 15, e in 20, 21. Si avrà una nuova forma di proporzione inversa, in cui tra 21, 14, si trova-

varà la seſquialtera; tra 20, 15 la seſquiterza, come inverſamente nella dupla geometrica diſcreta 6, 8, 9, 12, ſi trovano in forza de' mezzi 8, 9, le ſteſſe ragioni riſpettive agli eſtremi. Perciò ſommate le due ragioni $\frac{14}{20}$ $\frac{15}{21}$, ſi ha in riſultato la ragione $\frac{280}{315}$, quale in numeri primi è la ragione 8, 9, centro della dupla geometrica diſcreta. Ora dico che diviſo il diametro di un Circolo in parti eguali 29, ſomma di $\frac{14}{15}$, e dedotto il ſeno da 14; prolungato lo ſteſſo diametro di parti eguali alle prime ſino a 41, ſomma di $\frac{20}{21}$, formato nuovo Circolo a ragguaglio del diametro accreſciuto, e dedotto il ſeno da 20, ſi avranno in queſti due ſeni lato, e diagonale geometricamente dedotti. La dimoſtrazione è chiara, perchè moltiplicato 14 per 15, il prodotto è 210; moltiplicato 20 per 21, il prodotto è 420. Dunque ragion dupla tra 420, 210. Ma lo ſteſſo deve ſuccedere nelle parti 14, 15 del primo diametro moltiplicate tra loro per dedurre il quadrato del primo ſeno: egualmente nelle parti 20, 21 del ſecondo diametro per dedurre il quadrato del ſecondo ſeno. Dunque lato, e diagonale ne' due ſeni, quali ſono le radici de' due quadrati. Lo ſteſſo ſi dica di 9, 11, radici ſeſquialtere, alle quali ſia aggiunto il terzo termine ſeſquialtero a 9; indi ridotti li tre termini a proporzione geometrica diſcreta, e dedotte le differenze, come ſopra ec. Così di 13, 15, radici ſeſquiterze, alle quali ſia aggiunto il terzo termine ſeſquiterzo a 13. Così in ſomma di tutte le radici formate da numeri impari, alle quali ſia aggiunto il terzo termine, che co'l primo formi la ragione, di cui il primo, e il ſecondo ſono le radici.

Lo ſteſſo ſuccede nelle radici dedotte dalle proporzioni geometriche diſcrete. Dalla dupla geometrica diſcreta 6, 8, 9, 12, radici dedotte 12, 17, 24. Dalla ſeſquialtera geometrica diſcreta 20, 24, 25, 30, radici dedotte 40, 49, 60, ec. Ridotte le radici a proporzione geometrica diſcreta, e operando come ſopra, ſi avrà lo ſteſſo effetto. Il Corollario, che riſulta, è chiaro. Non potendoſi dare linea geometrica di prima poſizione, o ſia di radice prima, che non ſia riducibile alla poſizione qui dimoſtrata di due termini razionali coſtituenti ragione, non è, nè può eſſer principio primo di quantità.

Dunque ſi conclude, che alla ſcienza armonica, che non fa uſo di quantità irrazionali, ſervono queſti numeri come radici geometriche incomplete. Alla ſcienza Geometrica ſervono d' indicazione, e ſignificazione del vero luogo, e vero modo di dedurre le linee medie proporzionali,

co-

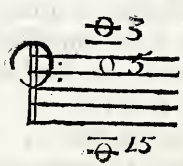
come radici geometriche complete delle rispettive ragioni. Ma e nell' uno, e nell' altro senso sono radici geometriche dimostrative della rispettiva ragione, ch' è la sostanza principale.

Questo è quanto io credo sufficiente al bisogno particolare, e universale del Trattato, acciò ella intenda il fondamento, e il modo, di cui mi vaglio per le rispettive dimostrazioni: fondamento, e modo sì fattamente proprio del fisico-armonico sistema, che il ridurlo al comune linguaggio delle note Scienze dimostrative sia per mia opinione impossibil cosa. Perchè la quantità non è il fine del sistema, è il mezzo. Il fine, com' ella vedrà chiaramente, è la ragione; e non in un rispetto ma in molti. Qualunque ragione dev' esser nella quantità discreta, e non nella continua. Deve considerarsi ne' tre generi, armonico, geometrico, aritmetico; Perciò si fa necessario l' uso continuo delle proporzioni geometriche discrete. Deve sempre supporsi in sistema, non mai fuori di sistema. Deve compararsi dentro il sistema ad altre ragioni, perchè l' eccesso, e il difetto, è una ragione reale, che si computa nel sistema. Deve esprimersi in modo facilmente adattabile a linea sonora, e a note musicali ec. Tanto basta per convincermi della impossibilità di usare altro modo senza che io aggiunga la considerazione di que' rispetti più importanti, che per brevità tralascio. Che poi il modo da me usato porti seco qualche novità, e per conseguenza qualche difficoltà, lo conosco, e confesso; ma egualmente conosco, e confesso, che non può evitarsi. Giovi in tal caso l' esser certi quanti siamo, che quando fosse ancor possibile di ridurre il presente modo particolare al modo comune delle altre scienze dimostrative, ne verrebbe difficoltà, e oscurità senza proporzione maggiore, e inutilità assoluta alla musical Professione.

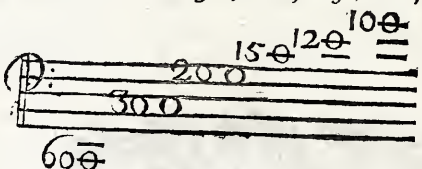
CAPITOLO PRIMO.

De' Fenomeni Armonici, loro natura, e significazione.

I Fenomeni armonici comunemente noti di significazione, e indicazione particolare sono; la corda tesa su'l monocordo, o cembalo; la tromba marina, trombe da fiato, e corni di caccia; le canne d' organo rette da un pedale; le corde pendole sonore, alle quali sia attaccata la tal serie di pesi eguali.

La corda tesa sul monocordo (sia di minugia, o di acciajo) che per se, come una, dovrebbe avere un solo suono, ha chiaramente tre suoni; e sono il grave naturale della corda, ed altri due suoni acuti distinguibili, quali al suono della corda, come 1, sono come $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$; in numeri 15, 5, 3; in note musicali  . Dunque la corda, che per se è una, si divide in se stessa armonicamente, perchè 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ è proporzione armonica.

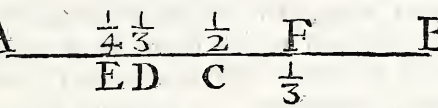
La tromba marina, trombe da fiato, e corni di caccia sono di fenomeno uniforme. E' fisicamente impossibile ne' suddetti strumenti aver altri suoni che quelli della serie armonica delle frazioni 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec. in infinito. Sono in numero 60, 30, 20, 15, 12, 10, ec. in note musicali.



Ommettendo la ricerca della cagion fisica di tal effetto nelle trombe da fiato, e corni di caccia, si spiegarà la cagione della tromba marina, come fisicamente evidente. Quando questa sia nota, e fuori di qualunque opposizione, Ella potrà far i suoi conti ne' strumenri da fiato. La tromba marina non si suona comprimendo la corda col dito sinchè tocchi la tastiera, come si fa negl' altri strumenti d' arco, Violoncello, Violino ec.; ma vi si appoggia lateralmente il dito, che serva di fulcro in tal modo, che le vibrazioni della porzione della corda suonat a possano liberamente passare al residuo della corda non suonata. Il che non succede, nè può succedere nel Violoncello, Violino ec., perchè il dito comprimente la corda su la tastiera forma sempre un nuovo capotasto; cosicchè fisicamente è im-

è impossibile, che le vibrazioni della corda suonata su tali strumenti passino all' avanzo della corda, ch' è tra il dito del suonatore, e il capotasto naturale.

Ciò premesso, e supposto come fisicamente vero, la cagione di non potersi avere nella tromba marina altri suoni, se non quelli della serie armonica delle frazioni, è fisicamente evidente. Sia AB la corda della tromba marina. Sia lateralmente appoggiato dal suonatore il dito in C metà della corda AB, e suoni la corda AC. La vibrazione di AC



con la nota velocità passarà eguale in CB, eguale ad AC, ritornarà eguale in BC, in CA; e continuarà finchè si suona per li punti, o fulcri ACB avanti, e indietro in infinito. Dunque per parti eguali. Sia il dito del suonatore in D, ch' è $\frac{1}{3}$ della corda AB, e si suoni AD. La vibrazione di AD passarà eguale in DF, ch' è $\frac{1}{3}$ della corda AB divisa per 3, mentre già sono comunemente noti i fulcri naturali, che fa per se la corda determinata da un fulcro artificiale in vigore della legge di natura, che il moto si moltiplica a ragguaglio del grado di forza partecipato al moto, e mantenuto. Egualmente passarà in FB, ritornando da B in F, da F in D, da D in A ec. finchè si suona per li punti, o fulcri ADFB avanti, e indietro in infinito. Dunque per parti eguali. Così succederà posto il dito in E, e suonata la corda AE $\frac{1}{4}$; e così in infinito per la serie armonica delle frazioni. Fin qui nè vi cade, nè vi può cadere opposizione, perchè i fulcri naturali, che indipendentemente dall' arbitrio umano si formano nella corda determinata dal fulcro artificiale, non lasciano luogo a dubbio alcuno.

Sia di nuovo la stessa corda AB divisa per 5. Sia appoggiato il dito del suonatore in H, e suoni

la porzione della corda AH, che è $\frac{2}{5}$ di AB. La vibrazione di AH passarà eguale in HI, ch' è $\frac{2}{5}$. Ma sarà fisicamente impossibile, che passi eguale nel residuo IB, ch' è $\frac{1}{5}$. Si farà dunque nuova vibrazione in IB diversa per metà dalle prime; e ritornando indietro per li punti IKHLA, s' incontrarà in I con la prima vibrazione di $\frac{2}{5}$. Ma passando in K, non solamente non s' incontrarà nella vibrazione IH, ma in-

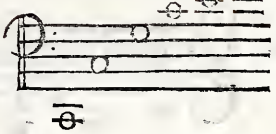
rompendola, e dividendola ne nascerà per necessità fisica la distruzione della vibrazione I H, e successivamente passando in L, della vibrazione H A; e per conseguenza fisica cessarà il suono, che immediatamente dipende dalla vibrazione A H. Si sentirà dunque (come di fatto si sente) un certo tal qual ronzamento, che nasce dal contrasto delle due diverse vibrazioni, e che non è mai suono, perchè in tal caso è fisicamente impossibile. Questo solo esempio si crede sufficiente per far toccar con mano la cagion fisica di doversi trovar suono su la tromba marina nella sola serie armonica delle frazioni, e di non doversi trovar suono in qualunque altra serie. Perchè rilevandosi la necessità fisica delle vibrazioni eguali, acciò vi sia suono, queste non si possono avere se non dalla sola serie armonica a cagione della unità costante in infinito numeratrice delle frazioni $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, ec. La sola unità rispettiva alle frazioni potrà dare il suono, perchè divide in parti eguali tutta la corda; e in conseguenza le vibrazioni formate da fulcri naturali restano eguali alla prima vibrazione del fulcro artificiale determinato sempre dalla unità armonica rispettiva alla frazione. Dunque fuori della unità armonica in genere, e in specie sarà fisicamente impossibile qualunque suono nella tromba marina; e in tal senso, e rispetto le unità armoniche sono vere monadi fisiche. So, che co 'l nome comune devono chiamarsi parti aliquote, ma questo non è il mio bisogno, nè un tal nome spiega quanto io voglio significare. Io considero dimostrativamente e fisicamente il loro individuo carattere di unità, come si vedrà sempre più in progresso. In tal rispetto nulla significa il nome di parte aliquota: tutto significa il nome di unità.

Le canne di Organo rette da un pedale sono molte, sono tra loro di suono diverso, suonano tutte equitemporaneamente; e pure non si sente se non un solo suono, ch' è il graviſſimo. La loro disposizione, o sia serie, è diversa secondo i diversi registri, ma sostanzialmente è armonica: essendo fisicamente impossibile ottenere da qualunque altra serie lo stesso intento. Data dunque una serie di canne di Organo disposta ne' loro suoni armonicamente in tal modo , suonando il pedale, che regge tutte le canne suddette, non si sentirà se non il solo suono graviſſimo Csolfaut. Dunque in questo fenomeno il diverso è ridotto allo stesso, la moltiplicità alla unità in forza della serie armonica.

Data una serie di corde pendole sonore supposte di egual grossezza, e disposte nella loro lunghezza come i quadrati delle frazioni $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}$, ec., adattato a ciascuna corda un peso sempre eguale, i suoni delle cor-

de

de ſuddette ſono in note muſicali, come e in numero, come 60, 30, 20, 15, 12, 10: progreſſione armonica.

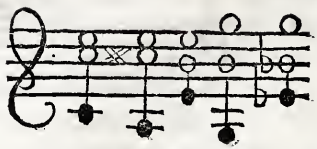


Le oſcillazioni delle ſuddette corde ſono equitemporanee con queſta legge, che mentre la corda 1 oſcilla una volta, la corda $\frac{1}{4}$ oſcilla due volte, la corda $\frac{1}{9}$ tre, la corda $\frac{1}{16}$ quattro ec., e s' incontrano nello ſteſſo punto, quando gli ſi dia il moto a ragguaglio. Lo ſteſſo identicamente ſuccede, ſe data una ſerie di corde eguali in lunghezza, e groſſezza, alla prima ſi adatti un peſo, alla ſeconda ſi adattino peſi quattro (ciaſcuno eguale al primo), alla terza peſi nove, alla quarta peſi ſedeci ec. Si avrà egualmente ne' ſuoni la ſerie armonica, e nelle oſcillazioni equitemporanee la unità.

Queſti ſono i fenomeni armonici comunemente noti. La loro indicazione, e ſignificazione è fiſicamente manifeſta. La corda del monocordo, o del cembalo, febben una in ſe ſteſſa, produce tre ſuoni in ſerie armonica. La tromba marina (e così le trombe da fiato, e corni di caccia) non ha, nè può aver ſuono, ſe non nella unità come armonica. Le canne di organo di ſuono tra loro diverſo formano un ſolo ſuono, quando ſiano diſpoſte armonicamente. Le corde pendole ſonore, perchè ſono in progreſſione armonica ne' loro ſuoni, sì riducono alla unità nelle loro oſcillazioni. Dunque il ſiſtema armonico riduce il diverſo allo ſteſſo; la moltiplicità alla unità; e data la ſemplice unità (come ſuccede nella corda di tre ſuoni) ſi divide in ſe ſteſſa armonicamente. Dunque dal ſiſtema armonico è inſeparabile la unità conſiderata in qualunque riſpetto, anzi il ſiſtema armonico ſi riſolve nella unità, come in ſuo principio. La conſeguenza è troppo legittima, perch' è fiſica; e però affatto indipendente dall' arbitrio umano.

Si è poi ſcoperto un nuovo fenomeno armonico, che prova mirabilmente lo ſteſſo, e molto di più. Dati due ſuoni di qualunque ſtrumento muſicale, che poſſa protrarre, e rinforzare il ſuono per quanto tempo ſi voglia (trombe, corni di caccia, ſtrumenti d' arco, oboè ec.) ſi ha un terzo ſuono prodotto dall' urto de' due volumi di aria moſſi dalli due dati ſuoni. Nulla importa al preſente biſogno la ſpiegazione fiſica del modo, con cui ſi produce queſto terzo ſuono; baſta il fatto, e queſto ſi ha debito di ſpiegare. Da un ſuonator di Violino ſi ſuonino equitemporaneamente con arcata forte, e ſoſtenuta i ſeguenti intervalli perfettamen-

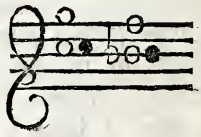
te intuonati. Si sentirà un terzo suono affatto distinguibile, e sarà il sottoposto segnato in note chiuse musicali.



Lo stesso succederà, se saranno suonati gli esposti intervalli da due suonatori di Violino distanti tra loro cinque, o sei passi, suonando ciascuno la sua nota nello stesso tempo, e sempre con arcata forte, e sostenuta. L' uditore posto nel mezzo rispettivo de' due suonatori sentirà molto più questo terzo suono, che vicino a ciascuno de' due suonatori: segno fisico evidente della cagione del terzo suono, ch' è l' urto de' due rispettivi volumi d' aria mossi dalle vibrazioni delle due corde suonate. Si avrà lo stesso effetto da due suonatori di Oboè posti tra loro in molto maggior distanza. Essendo il suono dell' Oboè più forte del suono del Violino, si sentirà meglio il risultato terzo suono, e nel mezzo rispettivo de' due suonatori si sentirà egregiamente, sebbene si sente abbastanza in qualunque sito. Dedotti tutti i terzi suoni, che fisicamente risultano da qualunque intervallo semplice integrante la serie armonica fino a quel segno, che serve alla pratica musicale, sono i seguenti.

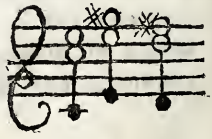
Dato l' unisono, e data la ragion dupla, o sia praticamente ottava, non risulta terzo suono di sorte alcuna.

Data la sesquialtera, o sia praticamente quinta, risulta il terzo suono unisono alla nota grave della quinta. E' il più difficile a distinguersi di tutti, perchè unisono; ma si distingue abbastanza.



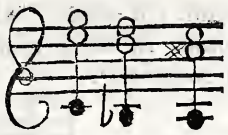
Data la sesquiterza, o sia praticamente quarta, il terzo suono è in quinta grave con la nota grave della quarta.

Data la sesquiquarta, o sia praticamente terza maggiore, il terzo suono è in ottava grave con la nota grave della terza maggiore.

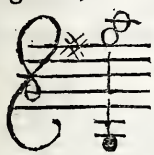


Data la sesquiquinta, o sia praticamente terza minore, il terzo suono è in

è in decima maggiore grave con la nota grave della terza minore.

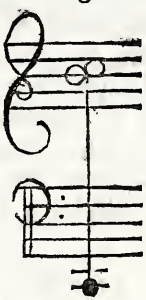


Data la ſeſquiottava, o ſia tuono maggiore, il terzo ſuono è in quadrupla grave, o ſia in decima quinta con la nota grave del tuono maggiore.

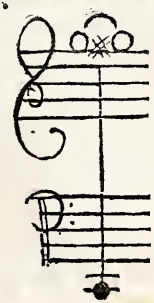


Data la ſeſquinona, o ſia tuono minore, il terzo ſuono è in quadrupla ſeſquiottava grave, o ſia in decima ſeſta con la nota grave del tuono minore.

Data la ſeſquidecimaquinta, o ſia ſemituono maggiore, il terzo ſuono è in vigeſima prima grave con la nota grave del ſemituono maggiore.

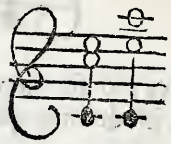


Data finalmente la ſeſquivigeſima quarta, o ſia ſemituono minore, il terzo ſuono è in vigeſima ſeſta grave con la nota grave del ſemituono minore.

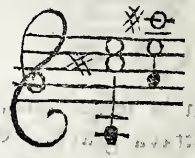


Que-

Questa è la legge fisica del terzo suono in rispetto agl' intervalli semplici musicali. Se sono composti, o come si chiamano praticamente rivoltati, la terza maggiore rivoltata in sesta minore ha lo stesso terzo suono, che aveva come terza maggiore.



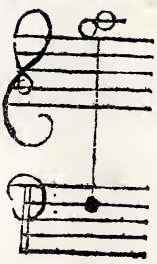
La terza minore rivoltata in sesta maggiore ha lo stesso terzo suono, che aveva come terza minore, ma in ottava acuta.



Così a ragguaglio tutti gl' intervalli composti, o rivoltati.

Il terzo suono risultante dalla quarta, dalle due terze maggiore, e minore, dalle due seste maggiore, e minore è facilissimo a rilevarsi, perchè quest' intervalli s' intuonano facilmente, e il terzo suono è sempre più grave; non tanto facile dalla quinta a cagione dell' unisono; difficile dalli due tuoni maggiore, e minore, perchè nella intonazione facilmente si confonde un tuono con l' altro; difficilissimo dalli due semituoni maggiore, e minore, perchè a gran fatica si coglie il punto fisico della loro perfetta intonazione, e una ben piccola differenza di quantità cambia il terzo suono. Per esempio il tuono maggiore è tra 9, 8; il minore tra 10, 9. Ridotti i due tuoni a termine comune, sarà 90, 80 il tuono maggiore, 90, 81 il minore. La differenza è tra 80, 81. Questa basta, e avanza per cambiare il terzo suono. Sia in tuono di Gsolreut, sarà Gsolreut il terzo suono, perchè il dato intervallo è tuono maggiore.

Sia in tuono di Csolfaut , sarà Ffaut il terzo suono, perchè il dato intervallo è tuono minore.



Ella mi ricercarà giustamente di due cose. La prima, se da qualunque da-

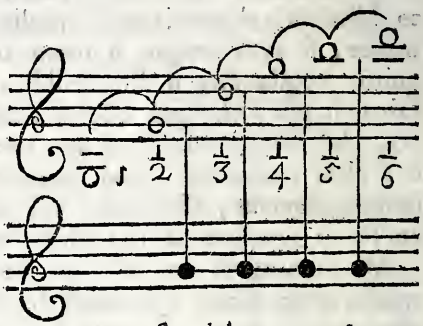
dato intervallo si produca terzo suono. Rispondo, ch' eccettuato l' unisono, e la ottava, si produce da qualunque in genere generalissimo; perchè il terzo suono si ha non solo dagl' intervalli composti da quantità razionale, ma si ha ancora dagl' intervalli composti da quantità irrazionale. Mi spiego. Sia un dito del suonatore in Dlasolrè, e sia sempre costante; sia l' altro in Gsolreut, e si muova verso Ffaut senz' alzarlo mai dalla corda, continuando sempre l' arcata. Tal progresso sarà un continuo, dentro cui certamente s' incontreranno quantità irrazionali. In qualunque punto fisico di tal continuo si voglia fermar il dito dal suonatore, si avrà sempre il terzo suono o cognito, o incognito: voglio dire o distinguibile, o indistinguibile nella sua intonazione. Dico di più, che può esservi scienza dimostrativa di quel tale terzo suono, che deve prodursi da due linee sonore, una delle quali sia razionale, e l' altra irrazionale, ma geometricamente cognita. Da ciò ella dedurrà immediatamente, che molto più dev' esservi scienza dimostrativa del terzo suono prodotto da due linee sonore razionali. Ma di ciò in voce.

Mi domanderà poi ella in secondo luogo in qual relazione si trovi questo terzo suono agl' intervalli rispettivi, da' quali risulta. Le rispondo, che dati i seguenti intervalli, de' quali è rispettivo terzo suono il sottoposto, questo sarà dimostrativamente il Basso armonico de' dati intervalli, e sarà paralogismo qualunque altro Basso vi si sottoponga. Solamente si avverta, che i tre intervalli segnati, sesto, ottavo, e decimo, sono in ragione diversa da quello appare. Il sesto, e l' ottavo non sono terze minori, ma sesquiseste; cioè il Gsolreut ♭ molle è la nota, che divide armonicamente la quarta , e però l' intervallo Elami, Gsolreut è minore della terza minore di $\frac{6}{5} \times \frac{7}{6}$ $\frac{}{35, 36.}$

Così è l' intervallo ottavo, e così il decimo, riportando Gsolreut in acuto.

Questo intervallo è di facilissima intonazione sopra il Violino; è voluto dalla natura armonica, perchè si trova fatto dalla natura nella tromba marina, trombe da fiato, e corni di caccia; però lo espongo nell' esempio suddetto.

Premesso, e spiegato il fenomeno, la deduzione è patente. Dato il sistema armonico delle frazioni, e adattato a linea fisica sonora, dico, che da qualunque semplice intervallo della serie armonica infinita si avrà sempre lo stesso terzo suono, e sarà unisono al suono della corda sonora $\frac{1}{2}$.



Per evitare il superfluo sia il sistema armonico fino alla sestupla. Data la quinta si ha il terzo suono unisono alla nota grave della quinta. Dunque dalla quinta composta dal secondo, e terzo termine della serie si avrà il terzo suono unisono al secondo termine. Ma questo è $\frac{1}{2}$; dunque ec. Data la quarta si ha il terzo suono in quinta grave con la nota grave della quarta. Dunque dalla quarta composta dal terzo, e quarto termine della serie, si avrà il terzo suono unisono al secondo termine, ch' è in quinta grave. Ma questo è $\frac{1}{2}$. Dunque ec. Data la terza maggiore si ha il terzo suono in ottava grave della nota grave della terza maggiore. Dunque dalla terza maggiore composta dal quarto, e quinto termine della serie si avrà il terzo suono unisono al secondo termine, ch' è in ottava grave. Ma questo è $\frac{1}{2}$. Dunque ec. Così dell' ultimo intervallo, ch' è la terza minore; così di tutti gl' infiniti intervalli consecutivi dal proseguimento della serie $\frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$, ec. in infinito. La deduzione è chiara, e il risultato è maraviglioso, e singolare. Perchè da una parte non può negarsi, che il terzo suono costante in infinito in $\frac{1}{2}$ non sia la radice fisica del sistema armonico; ed è cosa fisicamente evidente. Dall' altra non vi è, nè vi può esser calcolo dedotto dalle scienze fino ad ora note di quantità, in di cui forza si spieghi, e si risolva un fenomeno, che dipende dalla quantità, e che ha per legge fisica una proprietà di quantità affatto nuova, cioè che dato $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, risulti $\frac{1}{2}$; dato $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, risulti $\frac{1}{2}$; dato $\frac{1}{20}, \frac{2}{21}$, risulti $\frac{1}{2}$; dato $\frac{1}{100}, \frac{1}{101}$, risulti $\frac{1}{2}$ ec.

Intanto per mezzo di tal fenomeno resta fisicamente stabilita la unità co-

costante in infinito in $\frac{1}{2}$, come radice fisica del sistema armonico. Questa unità si era dedotta in genere dagli altri fenomeni comunemente noti. Ma da quest' ultimo di nuova scoperta si deduce in precisione, ch' è il molto di più sopraccennato oltre ciò, che rimane a dedurre:

Perchè poi non si trovi questo terzo suono nella unità, ch' è il principio, e il primo termine del sistema armonico, ma in $\frac{1}{2}$, ch' è il secondo termine del sistema; perchè dalla dupla, o sia praticamente ottava non si abbia terzo suono, quando si ha da qualunque dato intervallo in genere, si spiegherà in progresso a luogo opportuno, e necessario.

CAPITOLO SECONDO.

Del Circolo, ſua natura, e ſignificazione.

DOve ſi tratta di ſtabilire un ſiſtema, è di neceſſità congiunger i due generi, fiſico, e dimoſtrativo in tal modo, che ſiano inſeparabili tra loro, e formino un ſolo principio. Così dovrà reggere qualunque ſiſtema; e noi ne ſaremo convinti quando intendiamo abbaſtanza coſa voglia dire un ſolo principio. Vuol dire, che il calcolo, con cui ſi dimoſtra, dev' eſſer intrinſecamente dedotto dalla natura fiſica della coſa dimoſttata. Così, e non altrimenti, i due generi, fiſico, e dimoſtrativo formano tra loro un ſolo principio. La legge è ſevera, ma giuſta; e in forza di tal legge, ch' è la pietra di paragone di qualunque ſiſtema fiſicomatematico, ſi trovaranno ben pochi ſiſtemi, che non patiſcano eccezione. Mi ſpiego meglio. Le ſcienze di quantità ſin' ora note ſono fondate tutte ſu la quantità, ma in riſpetti diverſi. Vi è la ſcienza aritmetica. E' fondata ſu la quantità coſtituita da parti eguali razionali; e in conſeguenza dal numero aritmetico comune 1, 2, 3, 4, ec. Vi è la ſcienza armonica. E' fondata ſu la quantità coſtituita da parti ineguali razionali; e in conſeguenza dalle frazioni $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, ec. Vi è la ſcienza geometrica. E' fondata ſu la quantità continua, da cui procede la irrazionale, che non ſi può eſprimere co'l numero, e con le frazioni. Vi ſono molte altre ſcienze fondate in altri riſpetti, l' Algebra, il calcolo differenziale; degl' infiniteſimi ec. Tutte ſono adattabili al fiſico, come quanto. Ma queſta propoſizione non è convertibile, perchè non è vero che il fiſico, come quanto, ſecondo la propria intrinſeca natura, ſia adattabile a tutte le ſcienze ſuddette. Sia l' eſempio evidentiſſimo nella corda di tre ſuoni. Tutte le note ſcienze di quantità ſono adattabili a tal corda ſecondo i loro diverſi riſpetti. Ma ſe la corda, come ſonora, indipendentemente dall' umano arbitrio ſi ſpiega in ſe ſteſſa armonicamente, perchè ſi divide da per ſe in $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$; dunque fiſicamente eſclude qualunque altro modo di quantità. Dunque l' adattazione di qualunque altro modo di quantità alla corda, che fiſicamente ſi dichiara armonica, ſarà un paralogiſmo bello, e buono, ſenzachè nulla gli ſuffraghi la poſſibilità in genere dell' adattazione di qualunque altro modo di quantità. Va beniſſimo, che conſiderata aſtrattamente la corda, come linea retta in genere, poſſa eſſer oggetto, e ſoggetto di quantità riſpettivo a qualunque ſcienza. Sta a vedere, ſe concretamente ſia ſpecificata, o no dalla natura a qualche oggetto, e ſoggetto particolare, come appunto ſuccede nel

dato

dato esempio. Perchè in tal caso la natura avrà più forza dell' arbitrio umano; e certamente si fallerà l' adattazione del Calcolo, quando non sarà il precisamente voluto dalla natura. Saranno in conseguenza vere tutte le deduzioni dimostrative; niuna delle deduzioni fisiche sarà vera; e però sarà sempre vera la legge suddetta, che per lo stabilimento di qualunque sistema fisicomatematico sia necessaria la congiunzione de' due generi, fisico, e dimostrativo in tal modo, che siano inseparabili tra loro, e formino un solo principio.

Mi sottoscrivo alla legge. In conseguenza ho debito di trovare nel genere dimostrativo quella stessa unità, che si è trovata nel genere fisico. Essendo necessarie alla dimostrazione le figure geometriche, tra tutte le figure possibili non vi è, nè vi può essere, senon il circolo, che sia uno in se stesso; ed è uno, perchè gl' infiniti raggi condotti dal centro alla circonferenza sono eguali; e questi null' altro sono senon la unità medesima, che forma mecanicamente il circolo nell' apertura di compasso; il che non è, nè può essere in qualunque altra figura. Dunque il circolo è uno nel suo principio primo, ed è intrinsecamente uno tra tutte le possibili figure.

Non basta che il circolo sia uno in genere. Ho debito dimostrarlo uno di unità armonica, perchè uno di unità armonica è il principio fisico. Questa è cosa facile, benchè (per quanto io credo) da' Geometri non avvertita. Procedendo a tutto rigore nella posizione delle figure dimostrative, acciò fedelmente rappresentino la posizione de' dati fisici, si trova esser necessaria la posizione di linea retta, e di linea curva. Dunque ridotte a figura faranno quadrato, e circolo, ch' è la massima delle curve. I fenomeni fisicoarmonici dimostrano la necessità di tal posizione. La corda pendola è per se una linea retta, comune al diametro del circolo, e al lato del quadrato circoscritto. Le oscillazioni della corda pendola sono curve in specie. Non sapendosi di qual delle due figure sia propria la linea retta, perch' è comune; dunque sono necessarie le due figure suddette, perchè hanno la linea retta comune. Lo stesso si dica in genere della corda tesa sul monocordo, benchè non siano fin ora dimostrate circolari le di lei vibrazioni. Lo stesso si dica del terzo suono risultante dalle due corde suonate equitemporaneamente. Le due date corde sono in solido due rette linee fisiche sonore. Li due volumi d' aria mossi dalle due corde sono in solido due sfere. Dunque in piano linea retta, e circolare; e in conseguenza di figura, quadrato, e circolo, aventi la linea retta comune. Perchè poi il quadrato deva essere circoscritto, e non iscritto, apparirà nel progresso in molti modi, sebben a ciò basta l' avvertire, che la linea retta ha priorità di natura sopra la linea circolare: cosa fisicamente, e dimostrativamente vera. Fisicamente in tutto l' universo, e in tutte le sue parti. Dimostrativamente nella costruzione del circolo, impossibile senza la suppposizione di una retta linea. Dunque a ragguaglio qua-

dra-

drato circoscritto, circolo iscritto. Supposta dunque necessaria la posizione delle due figure, diventa conseguentemente necessaria la comparazione tra loro per dedurre dal risultato la loro natura. Sia dunque la prima propo-sizione.

Proposizione prima. Figura I.

PEr comparare tra loro le due figure, quadrato circoscritto, circolo iscritto, la posizione di prima semplicità è la ragion dupla radicale in BC, AC. Perchè BC egualmente è lato del quadrato ABCD, e semidiametro, o sia apertura di compasso del circolo AEC. Così AC egualmente è diagonale dello stesso quadrato, e corda dell' arco del quadrante dello stesso circolo. Indi i tre punti comuni in ABC triangolo comune. Quando dunque siano da compararsi tra loro le due figure nella stessa categoria, è dimostrativamente necessario desumer la categoria dalle due linee comuni BC, AC. Dunque dalla ragion dupla radicale. Indi per corollario si ha in categoria comune la progressione de' seni in BO, TH, VI, e de' seni protratti in BO, TM, VN, perchè hanno principio comune in BO, e così la progressione delle corde in AO, AH, AI; e delle ipotenuse in AO, AM, AN, perchè hanno principio comune in AO.

Proposizione seconda. Figura II.

DAto nel circolo per il diametro razionalmente diviso qualunque seno (geometrico rispetto al diametro diviso), sia protratto al lato del quadrato circoscritto. Dico, che il quadrato dedotto dal seno sarà mezzo armonico, il quadrato dedotto dal seno protratto sarà mezzo aritmetico della ragione, in cui si è diviso il diametro: ridotta la suddetta ragione a proporzione geometrica discreta formata da due mezzi, armonico, aritmetico. Sia AB 10, di cui AC 3, CB 7. Sarà diviso il diametro AB nella ragione 3, 7. Il quadrato di AC sarà 9, di CB 49, del seno CD 21, del seno protratto CE (metà del diametro) 25. Ma data la proporzione geometrica discreta della ragione 3, 7, i quattro termini sono 15, 21, 25, 35, de' quali 21 è mezzo armonico, 25 mezzo aritmetico della suddetta ragione, e sono eguali a due quadrati, 21 del seno, 25 del seno protratto. Dunque ec. Così di qualunque ragione ec.

Proposizione terza. Figura III.

DAta qualunque corda nel circolo, dedotta per divisione razionale del diametro dal suo seno, e dal punto comune A; data la ipotenusa de-

dedotta dallo ſteſſo ſeno protratto al lato del diametro, e dallo ſteſſo punto comune A, dico, che il quadrato della corda ſarà mezzo armonico, il quadrato della ipotenuſa ſarà mezzo contrarmonico della ragione maggiore dimidiata aritmetica di quella ragione, in cui ſi è diviſo il diametro: ridotta la ſuddetta ragione a proporzione geometrica diſcreta come ſopra, ed aggiuntovi il mezzo contrarmonico. Sia il diametro AB 14, di cui AH ſia 5, HB 9. Il quadrato di AH ſarà 25, di HB 81; e in conſeguenza il quadrato di HC ſeno ſarà 45. Sommati i due quadrati 25, 45, ſarà 70 il quadrato della corda AC, ipotenuſa del triangolo rettangolo AHC. Il quadrato di HE ſeno protratto, e però eguale al ſemidiametro, ſarà 49, quale ſommato col quadrato di AH 25 lato comune de' due triangoli rettangoli AHC, AHE, ſarà 74 il quadrato della ipotenuſa AE. Dunque in numeri primi il quadrato di AC 35, di AE 37. Ma data la proporzione geometrica diſcreta di 5, 7, ragione maggiore dimidiata aritmetica della ragione 5, 9, in cui ſi è diviſo il diametro (perchè 7 è diviſore aritmetico di 5, 9, e la ragione 5, 7, è maggior ragione di 7, 9), ſaranno i cinque termini coſtituenti la proporzione 30, 35, 36, 37, 42, de' quali 35 è mezzo armonico, 37 mezzo contrarmonico, e però eguali a due quadrati di AC 35, di AE 37. Dunque ec. Così di qualunque ragione ec. Ella avverta, che quella io chiamo in genere maggior ragione, la di cui differenza dedotta da' ſuoi eſtremi è maggiore della differenza dedotta dagli eſtremi della ragione comparata. Ridotte le due ragioni 5, 7; 7, 9, a termine comune, ſarà 35 a 49, come 5 a 7; ſarà 35 a 45, come 7 a 9. Ma tra 35, 49, differenza 14; tra 35, 45, differenza 10; e 14 è più di 10. Dunque 35, 49, è maggior ragione di 35, 45, e però 35, 49, come maggior ragione, contiene in ſe 35, 45, come ragion minore.

Dunque comparate tra loro le due figure, quadrato circoſcritto, e circolo iſcritto, in quel riſpetto, in cui convengono tra loro per poſizione di prima ſemplicità, ſi trova il quadrato ſecondo le due progreſſioni variamente aritmetico, e contrarmonico, il circolo coſtantemente armonico. Ma è uno per ſe (ſopra dimoſtrato dalla ſua coſtruzione). Comparato alla figura neceſſaria, ed unica per la comparazione, è armonico (preſentemente dimoſtrato). Dunque è uno di unità armonica; il che ſi doveva dimoſtrare.

Che poi la ragione, in cui ſi è diviſo il diametro, ſi traſporti a proporzione geometrica diſcreta, e in conſeguenza ſi riduca ad una ragione aſtratta comune, in cui, come genere, convengono circolo, e quadrato, ciò nulla oſta alla dimoſtrata propoſizione, anzi maggiormente la conferma. Perchè null' altro avendoſi fatto, ſe non che ſcuoprire il genere, in cui convengono le due figure, quali ſono di ſpecie tra loro diverſe, tale ſcoperta non ſolamente conferma la propoſizione; ma in oltre forma ſcienza completa della medeſima: inſegnando il principio comune delle due figure.

Per

Per la totale intelligenza di tal principio premetto un fatto, ch' è fuor di disputa; ed è la impossibilità di costruire il circolo per apertura di compasso senza la formazione della ragion subdupla tra l' apertura di compasso, e il diametro. In forza di questo fatto (semplicissimo in apparenza) resta vera la seguente proposizione, che innanzi di divider il diametro in qualunque delle infinite possibili ragioni, vi è antecedentemente nel diametro la ragion dupla talmente intrinseca al medesimo, che quando non vi sia, non è, nè può esser diametro. Quando dunque si divide il diametro, si divide intrinsecamente, e inevitabilmente la ragion dupla; ch' è *a priori*, in una ragione diversa, ch' è *a posteriori*. Questa seconda può esser, e non esser, perchè dipende dall' arbitrio della divisione del diametro in qual ragione si vuole. Ma la prima non può non esser, perchè non dipende dall' arbitrio, ma dalla necessità della costruzione, ed è condizione, *sine qua non*. In conseguenza è dimostrativamente impossibile il separar la relazione della ragione arbitraria alla ragion necessaria costitutiva del diametro. Però ne viene, che dalla necessaria relazione delle due ragioni, cioè la dupla di natura, e la formata di arbitrio debba risultare una terza forma di ragione, che geometricamente le congiunga, e in cui sia evidente, che la prima forma è sempre la ragion dupla. Sia l' esempio della riduzione A C 3, C B 7 a proporzione geometrica discreta in numeri primi secondo il rigore della scienza aritmetica. (Dico secondo il rigore, perchè presentemente si adopra il numero in sì fatto modo, ch' è ben tutt' altro, che scienza aritmetica). Per ridurla o è necessaria la somma de' termini 3, 7, ch' è 10, e però bisogna tornare al diametro A B; o è necessaria l' assegnazione del mezzo aritmetico (ed è la legittima) tra i due termini 3, 7, e però bisogna tornare all' apertura di compasso, o sia semidiametro 5; E nella operazione e formula o si prenda il diametro, o il semidiametro, in qualunque modo è forza tornare a' termini della prima ragione, ch' è la dupla. Dato dunque il mezzo aritmetico 5 tra 3, 7 (e il mezzo armonico necessario sarà sempre l' apertura di compasso) si moltiplica 3 per 5-15 : 3 per 7-21 : 5 in stesso-25 : 5 per 7-35, ed è formata la proporzione geometrica discreta della ragione 3, 7, in 15, 21, 25, 35, di cui il mezzo armonico è 21, l' aritmetico 25. Ma se l' assegnazione del mezzo aritmetico è dimostrativamente necessaria, e non può non esser l' apertura di compasso; dunque non solo non è vero, che passando dalla ragione 3, 7, alla eguale 15, 35, si passi ad una ragione diversa; ma anzi è vero, che la ragione 3, 7 di arbitrio si riduce al suo principio primo in 15, 35 di necessità, perchè si riduce intrinsecamente all' apertura di compasso come al suo centro, che indipendentemente dal nostro arbitrio è il principio primo.

Ma più. Diviso il diametro in qualunque ragion razionale, il quadrato del seno è mezzo armonico tra i rettangoli, che hanno per basi le par-

parti del diametro, e per altezza il raggio. In questa proposizione è chiaro, che il raggio sempre costante è il genere; e che in forza appunto del raggio, come genere, e come principio primo, si verifica la mia proposizione in tutte le sue parti.

Ma infinitamente più, se si supponga la ragion dupla principio primo armonico potenziale, da cui procede il Circolo. Sia in ipotesi finchè si dimostri in tesi, come sarà tra poco. Dico, che gli estremi 15, 35, eguali alla ragione di AC 3, CB 7, non sono numeri astratti, perchè sono inseparabili dalla ragion dupla come principio primo; e non sono di genere, e categoria diversa da' quadrati di AC, CB, perchè sono quadrati. Acciò la dimostrazione formi scienza universale, sia la figura IV, in cui il diametro AM sia armonicamente diviso in $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ec. Siano dedotti li seni, e li seni protratti rispettivi alla divisione; le ragioni, in cui si è diviso il diametro, siano ridotte a proporzione geometrica discreta formata da due mezzi, armonico, aritmetico; e tutto il calcolo sia ridotto a serie comune.

Figura IV. prima.

Ragioni, in cui si è diviso il diametro AM	in proporzione geom. discreta	estremi	ridotte a serie comune quadrati de' seni	quadrato de' seni protratti	estremi
A $\frac{1}{3}$ 1 a 2 $\frac{1}{3}$ M	6. 8. 9. 12	600	di $\frac{1}{3}$ C 800	di $\frac{1}{3}$ G 900	1200
A $\frac{1}{4}$ 1 a 3 $\frac{1}{4}$ M	2. 3. 4. 6	450	di $\frac{1}{4}$ D 675	di $\frac{1}{4}$ H 900	1350
A $\frac{1}{5}$ 1 a 4 $\frac{1}{5}$ M	10. 16. 25. 40	360	di $\frac{1}{5}$ E 576	di $\frac{1}{5}$ I 900	1440
A $\frac{1}{6}$ 1 a 5 $\frac{1}{6}$ M	3. 5. 9. 15	300	di $\frac{1}{6}$ F 500	di $\frac{1}{6}$ K 900	1500

Sarà dunque il quadrato di $\frac{1}{2}$ B 900 la misura comune delle ragioni. Dunque il raggio, o sia l' apertura di compasso. A ragguaglio il quadrato di AB diagonale sarà 1800; a cui comparati gli estremi maggiori formano la serie seguente.

1200 a 1800, come 2 a 3; nella ragione del diametro diviso in 1, 2.
1350 a 1800, come 3 a 4; nella ragione del diametro diviso in 1, 3.
1440 a 1800, come 4 a 5; nella ragione del diametro diviso in 1, 4.
1500 a 1800, come 5 a 6; nella ragione del diametro diviso in 1, 5.

Dunque la serie risultata è eguale alla serie delle ragioni delle differenze armoniche sommate, quali ragioni sono formate dalla somma rispettiva ragguagliata all' estremo, ch' è il diametro.

Progreſſione armonica 60. 30. 20. 15. 12. 10

differenze armoniche 30. 10. 5. 3. 2.

30. 40. 45. 48.

Sommate 40. 45. 48. 50.

ma 40 a 60, come 2 a 3.
45 a 60, come 3 a 4.
48 a 60, come 4 a 5.
50 a 60, come 5 a 6.

dunque eguale alla ſerie ſuperiore accennata.

Dunque riportando la progreſſione armonica $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ec. in AB fatto diametro, ſi avrà nelle corde, e nelle ſutteſe de' complementi in ragguaglio ad AB la progreſſione radicale de' quadrati ſuddetti, eſtremi del mezzo coſtante aritmetico 900 ſeno protratto, e del riſpettivo mezzo armonico, ch' è il ſeno.

Figura IV. ſeconda.

Ragioni, in cui ſi è diviſo il diametro AB	quadrato di AB 1800 dunque li quadrati		dunque li quadrati	al quadrato	
A $\frac{1}{3}$ 1 a 2 $\frac{1}{3}$ B	di AC 600	1200 di BC	di BC 1200	di AB 1800,	come 2 a 3.
A $\frac{1}{4}$ 1 a 3 $\frac{1}{4}$ B	di AD 450	1350 di BD	di BD 1350	di AB 1800,	come 3 a 4.
A $\frac{1}{5}$ 1 a 4 $\frac{1}{5}$ B	di AE 360	1440 di BE	di BE 1440	AB 1800,	come 4 a 5.
A $\frac{1}{6}$ 1 a 5 $\frac{1}{6}$ B	di AF 300	1500 di BF	di BF 1500	AB 1800,	come 5 a 6.

Dunque a ragguaglio gli eſtremi 15, 35, non ſono numeri aſtratti, ma ſono quadrati inſeparabili dalla ragion dupla radicale, come principio primo *a priori*; e ſarà propoſizione univerſale dimoſtrata, che gli eſtremi relativi alla proporzione geometrica diſcreta, a cui ſi è ridotta la ragione data nel diametro, e di cui ſi trova mezzo armonico il quadrato del ſeno, mezzo aritmetico il quadrato del ſeno protratto, ſono tutti quadrati, e ſono intrinſecamente nella prima corda, o ſia diagonale AB, perchè ſono nelle corde, e ſutteſe de' complementi della medeſima fatta diametro, e diviſa nella prima data ragione.

Si crederà poter opporre, che dalla ſuddetta dimoſtrazione ſi prova bensì il circolo uno di unità armonica, ma ſi prova tale comparativamente al quadrato, e non per ſe; il che biſognava dimoſtrare. Ma ciò non ſi dimoſtrarà mai in forza de' ſeni, perchè anzi per il contrario li ſeni del circolo ſono per ſe mezzi geometrici, e ſono proprj del circolo. Dunque il circolo è per ſe geometrico.

La oppoſizione è una dimoſtrazione, e pur nulla tiene. La mia propoſizione è fondata nella inſeparabilità delle due figure, circolo, e quadrato. Queſto è il mio dato, e provato: centro comune, linea comune, e

pun-

punti comuni nelle due figure. Dunque il circolo separato dal quadrato, e considerato da per se è un falso supposto nella mia proposizione. Ciò basta, e avanza al mio intento. Ma perchè questo punto è della ultima importanza sì in ragguaglio al presente sistema, sì in ragguaglio a cose maggiori, sia intieramente consumato.

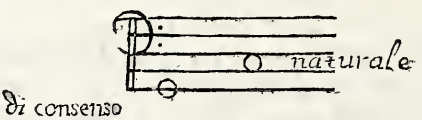
E' dimostrazione Algebraica, che data la unità con un termine indefinito x, acciò tra questi due termini sia assegnato il mezzo possibile, niun' altro mezzo è dimostrativamente assegnabile, se non il termine 2, come mezzo armonico tra il dato 1, e il termine indefinito x. Io non so in quanti, e quali modi si costruisca la dimostrazione da' Professori di tal scienza, perchè l' Algebra mi è ignota. So bensì per la mia scienza, che così dev' essere, perchè egualmente nella mia scienza Aritmetica vi è la dimostrazione, che prova lo stesso. Stimo superfluo l' assegnarla, sì perchè diventarebbe necessaria una nuova aggiunta al premesso breve trattato; sì perchè avendosi dall' Algebra la sicurezza della proposizione, ciò basta al mio intento.

Rimane a indagare, in qual figura geometrica per forza, e necessità della sua costruzione si trovi tal risultato dimostrativo in sì fatto modo, che sia condizione, *sine qua non*. Il risultato è patente nella costruzione del circolo. L' apertura di compasso è la data unità. Il diametro è il termine 2 dedotto dall' apertura di compasso per forza, e necessità della costruzione. Il termine indefinito è la circonferenza dedotta per forza, e necessità della costruzione. Oh quali, e quante conseguenze da tal vista, s' è vera! Ma come, e quando mai si potrà dimostrare altrimenti? Forse col dire, che una linea retta rivoltata in se stessa costruisce il circolo, e in tal caso la costruzione è fatta dal diametro, e non dal semidiametro, ch' è l' apertura di compasso? Ma io domanderò, che mi si assegni il centro del diametro relativo alla circonferenza. Allora è finita ogni disputa, perchè l' apertura di compasso è il raggio, e il centro. Forse (e con ragione) perchè dati li due termini 1, 2, sia dimostrativamente inassegnabile il terzo termine, come armonico, quale in tal caso dovrebb' esser la circonferenza? Ma questo è impossibile. Perchè sebben la quantità della circonferenza in ragguaglio al diametro non possa venire assegnata (e in tal rispetto si accorda indefinita); nondimeno è chiaro, che potendosi approssimare alla di lei quantità per progressione infinita di sempre maggior approssimazione col mezzo de' poligoni iscritti, e circoscritti, si trova il diametro alla circonferenza nella ragione di 7 a quasi 22. Egualmente è chiaro che dati questi tre termini, $3 : \frac{1}{2}$ come apertura di compasso, 7 come diametro, 22 come circonferenza (nulla importando nel caso presente il di più di 22) saranno le differenze $3 : \frac{1}{2}$ — 7 — 22 ; 15. Ma se gli estremi

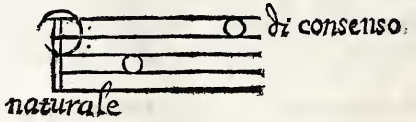
mi $3 : \frac{1}{2}$, 22 foſſero armonici, li due termini differenziali $3, \frac{1}{2}$; 15, eſſer dovrebbero nella ragione degli eſtremi; e non lo ſono, nè poſſono eſſervi dimoſtrativamente. Dunque dimoſtrativamente è impoſſibile, che il circolo ſia armonico, e ſia il ſuppoſto termine indefinito. E però il termine indefinito aſſegnato dall' Algebra s'intende di quella quantità, che non ha confine, e può protrarſi all' infinito; non mai di quella quantità, che ha confine col più, e col meno.

La oppoſizione è dimoſtrativa, è intrinſecamente dedotta dalla mia poſizione; e pur nulla conclude, perchè reſta vera la mia propoſizione, dimoſtrata in genere dalla unità della figura circolare; in ſpecie dalla comparazione del circolo al quadrato. Eſſendo egualmente indiſſolubili le mie dimoſtrazioni, e la dimoſtrazione oppoſta, la legittima conſeguenza ſi è, che il termine indefinito x ſi poſſa, e debba intendere in due diverſi ſenſi, nel ſenſo comune, e nel mio particolare. Già ſi ſa da' Geometri non eſſer queſto il ſolo caſo, in cui ſi provino dimoſtrativamente due propoſizioni tra loro oppoſte. Pure io dico anticipatamente che qui non ſi oppongono altrimenti, e ciò ſi vedrà a ſuo luogo. Ma procediamo alla fiſica preciſione, a cui non vi è riſpoſta.

Sia un Cilindro ſonoro; per eſempio un timpano, o tamburo. Suppoſte le due pelli tra loro uniſone, nella percuſſione ſi ſentono due ſuoni; uno naturale dello ſtrumento, e ſia Cſolfaut; un' altro di conſenſo, ed è Gſolreut grave, ſubſeſquiterzo al ſuono naturale.



Si ſepari dal Cilindro, o ſia timpano, la pelle o ſuperiore, o inferiore, alla quale ſi laſci il piccolo cerchio, a cui è raccomandata, perchè ſtia teſa. Nella percuſſione di queſta ſi ſentiranno egualmente due ſuoni; uno ſarà lo ſteſſo Cſolfaut, ch' è il ſuono naturale. Ma l' altro, ch' è il ſuono di conſenſo, non ſarà più Gſolreut grave; ſarà bensì Gſolreut acuto, con cui il ſuono naturale forma la ragione ſeſquialtera.

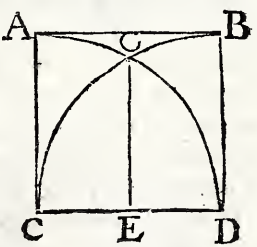


La ſperienza dev' eſſer diligentemente iſtituita. Le due pelli del Cilindro ſiano uniſone, eguali, e liſcie quanto meglio ſi può, acciò il ſuono ſia più pronto all' effetto. Il diſcernitore de' due ſuoni ſia eſperto per diſtinguerli, e giudicarli. Per altro l' effetto è comunemente noto nel tim-

pa-

pano, o sia Cilindro; non era noto nella pelle separata dal Cilindro. All' esame. Data la ragion dupla, il mezzo aritmetico è in sesquiterza col termine maggiore della dupla $12 \overset{\text{arit.}}{.} 9 . 6$; il mezzo armonico è in sesquialtera con lo stesso termine maggiore, $12 \overset{\text{arm.}}{,} 8 . 6$. Dunque la sesquiterza determina la dupla aritmetica, la sesquialtera determina la dupla armonica. Il Cilindro è un quadrato, che si rivolge in se stesso, e li due suoni del Cilindro sono tra loro in sesquiterza. La pelle separata dal Cilindro è circolare, e li due suoni della pelle separata sono tra loro in sesquialtera. La sesquiterza determina la dupla aritmetica, la sesquialtera determina la dupla armonica, e nella ragion dupla è costituito l' esame per la prima proposizione. Dunque li due suoni sesquiterzi del Cilindro lo determinano fisicamente aritmetico, perchè la forma del Cilindro è un quadrato; li due suoni della pelle separata la determinano fisicamente armonica, perchè la sua forma è un circolo. Dunque le due figure comparate quali sono in piano, tali sono in solido; quali dimostrativamente, tali fisicamente. Dunque (per corollario) il suono di consenso nelle due suddette figure altro non è, se non il centro fisico rispettivo della figura, qual centro è a ragguaglio lo stesso, che il mezzo rispettivo in piano. E però la natura aritmetica è tanto intrinseca al quadrato, la natura armonica tanto intrinseca al circolo, quanto è il loro centro rispettivo.

Ma perchè si potrebbe opporre, che il Cilindro non è immediatamente un quadrato, ma un quadrato, che si rivolge in se stesso, a differenza della pelle separata, che immediatamenre è circolare (e ciò appunto basta, e avanza al mio intento): sia immediatamente il quadrato in piano. E' dimostrazione de' rudimenti primi geometrici, che fatto centro in D, coll' intervallo DC descritto il circolo CB; così fatto centro in C, coll' intervallo CD descritto il circolo DA, e dal punto O della intersecazione condotta la perpendicolare in E, sarà la retta EO al lato del quadrato in radice sesquiterza; e però il quadrato di AC al quadrato di EO sarà come 4 a 3. Ecco il centro sesquiterzo nel quadrato, dedotto intrinsecamente dalla unità costitutiva del quadrato, ch' è il suo lato. Indi ne viene, ch' essendo composto il Cilindro dalle due figure quadrangolare, e circolare, dipende intrinsecamente dalla linea EO dedotta per circolo; e però nel Cilindro il suono di consenso è più grave del suono naturale, perchè il suono di consenso ha la stessa relazione al suono naturale, che ha il quadrato di AC al quadrato di EO.



Dallo stesso principio ne viene, che dato in piano il triangolo equilatero circoscritto al quadrato, e il circolo iscritto al quadrato, si trovi il trian-

triangolo equilatero al quadrato come quasi 291 a 224: ragione minore della sesquiterza, maggiore della sesquiquarta; si trovi il circolo al quadrato come quasi 11 a 14: ragione minore della sesquiterza, maggiore della sesquiquarta. Ma rivolgendosi in se stesso il triangolo equilatero diventa un Cono; rivolgendosi in se stesso il quadrato diventa un Cilindro; rivolgendosi in se stesso il circolo diventa una sfera; ed è dimostrato da Archimede, che Cono, Cilindro, Sfera, in solido, e in superficie sono tra loro in proporzione sesquialtera continua 9, 6, 4. Dunque in forza del passaggio delle dette figure dal retto al circolare le figure cambiano natura di ragione, perchè in retto la ragione era irrazionale, in circolare razionale; e quella ragione, che in retto era tra la sesquiterza, e sesquiquarta, in circolare si determina alla sesquialtera. Ma la sesquialtera è la ragione precisa, che determina il sistema armonico. Dunque la natura circolare è intrinsecamente armonica. Che la sesquialtera sia la precisa ragione determinante il sistema armonico, sebben è cosa per se nota, si dimostra in più modi. Data la dupla 1, $\frac{1}{2}$, il progresso per formar proporzione tanto può esser ad $\frac{1}{4}$, e la proporzione sarà geometrica continua; quanto ad $\frac{1}{3}$, e la proporzione sarà armonica. Ma posto $\frac{1}{3}$ dopo $\frac{1}{2}$ si forma necessariamente la ragione sesquialtera tra $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; dunque la sesquialtera determina la proporzione armonica. Ma determinata la proporzione è determinato il sistema, dunque ec.

Supposto il fenomeno del terzo suono, è sificamente certo, che non avendosi terzo suono dalla dupla, il primo terzo suono è prodotto dalla sesquialtera $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$, ed è unisono ad $\frac{1}{2}$. Dunque il primo terzo suono, radice sifica del sistema armonico, si ha in figura di unità prima (perchè unisono), e però principio primo, dalla ragione sesquialtera. Dunque la sesquialtera determinante, e costituente il sistema armonico nella produzione del primo terzo suono, come unità prima.

Data la dimostrazione Algebraica (in senso stretto Algebraico) della unità col termine x, avente il termine 2 come mezzo armonico, è certo, che tra questi tre termini 1, 2, x, non vi è, nè vi può esser proporzione, perchè da 2 a x non vi è, nè vi può esser ragione. Dunque resta la ragion subdupla 1, 2, indeterminata a proporzione. Ma essendo dimostrato 2 mezzo armonico, e il mezzo determinando gli estremi alla propria natura, sarà egualmente certo, che la data unità è determinata armonica dal dedotto termine 2. Dunque restando escluso il termine indefinito x dalla proporzione, di cui è incapace, resta primo termine armonico 2, secondo termine armonico 1. Ma una ragione non determina proporzione, e la da-

ta

ta ragione è dimostrativamente armonica; dunque per necessità dimostrativa si deve concretare il terzo termine armonico, che determini la detta ragione a proporzione armonica, di cui la data ragione è in potenza dimostrativa. Dunque il terzo termine sarà $\frac{2}{3}$, quale con la data unità forma la sesquialtera. Dunque la sesquialtera determinante ec. Dunque in sostanza il mezzo 2 si converte nella unità armonica. La data unità si converte in $\frac{1}{2}$ armonico: indi la progressione armonica infinita determinata da $\frac{1}{3}$. Tuttociò identicamente succede nella costruzione del circolo. La data unità, ch' è l' apertura di compasso, si converte nel semidiametro come $\frac{1}{2}$. Il dedotto mezzo 2 si converte nel diametro come 1; restando esclusa la circonferenza come termine indefinito, e inclusa nel diametro la potenza della progressione armonica all' infinito. Essendo impossibile maggior precisione di questa in ciascun genere, fisico, e dimostrativo, resta provata per sempre la proposizione, che il circolo sia intrinsecamente armonico.

Qui si apre opportunamente il luogo di assegnar la cagione, per cui dalla dupla non si ha, nè si può aver terzo suono; e per cui il terzo suono debba trovarsi in $\frac{1}{2}$. La dupla dedotta dalla data unità, e dal termine indefinito x, è indivisibile in senso assoluto, e universale. Perchè dimostrandosi non esser capace 1, x, di altra divisione che di 2, come mezzo armonico, restano indivisibili in qualunque senso li tre termini 1, 2, x. Dunque la dupla armonica, perchè indivisibile, è principio primo universale *a priori*. E' dunque fisicamente impossibile, che dalla dupla si possa aver terzo suono. Perchè se il terzo suono è radice fisica del sistema armonico, e se dalla dupla si avesse terzo suono, non sarebbe la dupla principio primo *a priori*, ma principio primo *a posteriori*. E' chiaro nella suddetta posizione 1, 2, x, che la dupla in tal modo dedotta è ragione di potenza armonica. Io mi prevalgo con qualche renitenza dei termini di principio *a priori*, di principio *a posteriori*, di potenza, di atto ec., perchè so che in questi tempi qualunque termine Aristotelico viene deriso; ma l' uso di queste locuzioni non mi sarà imputato a difetto: che io disfido tutto il dotto Mondo ad assegnarmene di migliori, o di uguali nel mio presente bisogno. E' dunque impossibile in qualunque senso, che da tal ragione potenziale si possa aver l' atto fisico determinante, e concretante, ch' è il terzo suono; ma si dovrà avere dalla ragione sesquialtera, ch' è la determinante, e concretante il sistema armonico. Dunque per necessità fisica, e dimostrativa deve cadere il terzo suono in $\frac{1}{2}$, termine medio congiungente le due ragioni $1 . \frac{1}{2} . \frac{1}{3}$.

Ella

Ella dirà, che questa è metafisica bella, e buona. Io le risponderò, che a tal metafisica son necessariamente condotto da' miei dati fisici inseparabili dalle dimostrazioni. Quando io non sia convinto di parallogismo, posso tenermi in pregio di esser forse il primo (almeno in questi tempi) che scuopra la metafisica delle scienze di quantità, dedotta dalle cose fisiche in tal modo, che sia impossibile il separarla. Seguo il vero, ch' è nelle cose, fin dove mi conduce; e son certo di averlo fin' ora seguito a tutto rigore. Così farò fino alla fine.

Da quanto si è concluso qui sopra ne viene per corollario, che la ragion tripla sia ragion di sistema. Perchè essendo inseparabili tra loro la dupla come ragione potenziale, la sesquialtera come ragione attuale del sistema armonico, ed essendo congiunte tra loro dal termine $\frac{1}{2}$, che nel terzo suono è la radice fisica del sistema, bisogna concepirle necessariamente in quella ragione, ch' è la loro somma. Ma questa è la tripla; dunque la tripla è ragione di sistema. Per ragione di sistema si vuol dire, che nella ragion tripla è incluso il fondamento intiero del sistema armonico; non si vuol dire, che sia inclusa la estensione intiera del sistema armonico. Perchè fondamento intiero del sistema, estensione intiera del sistema sono due cose diverse, come si vedrà a suo luogo. Il corollario è chiaro, nè ha bisogno di maggior spiegazione.

Da questo corollario, e da quanto si aggiungerà, dipende la soluzione della difficoltà opposta all' assegnazione da me fatta della data unità al raggio, del dedotto mezzo armonico 2 al diametro, del termine indefinito x alla circonferenza. Ripeto la opposizione. Se la circonferenza è armonica, le due differenze tra il raggio, diametro, e circonferenza, dovranno trovarsi in ragione eguale alla ragione formata da due estremi, raggio, e circonferenza. Ma non lo sono, nè possono esservi dimostrativamente (nulla ostando alla dimostrazione il non potersi determinare la circonferenza). Dunque falsa l' adattazione suddetta.

Già si concede, che in ragguaglio alla legge delle differenze, quali nella proporzione armonica devono trovarsi tra loro nella ragione degli estremi, la suddetta opposizione è indissolubile. Ma trattandosi di un principio primo, di cui fino ad ora è occulta la natura intrinseca, si ha debito di esaminare, se questo principio primo, dal quale si deducono le leggi armoniche, sia soggetto a quella legge, che da esso procede; o pure se in se stesso, e nella sua intrinseca natura debba esser considerato in altro modo. Per tal esame, che per esser della ultima importanza si deve istituire a tutto rigore, è necessario assumer que' soli dati, che o di fatto, o dimostrativamente sono sicuri. Sia il primo, che data la subdupla 1, 2, acciò gli sia assegnato il terzo termine armonico, non solamente non può questo assegnarsi, ma anzi si dimostra la impossibilità di assegnarlo. La dimostrazione è comunemente nota. Sia il secondo, che data

la

la costruzione del circolo per apertura di compasso, è inseparabile dalla costruzione la ragion dupla tra il raggio, e il diametro. Questo è di fatto. Sia il terzo, che dato il circolo iscritto al quadrato, queste due figure hanno comune la ragion dupla radicale (propos. prima) in BC egualmente semidiametro del circolo, e lato del quadrato; in AC egualmente corda dell' arco del quadrante, e diagonale del quadrato. Questo egualmente è di fatto, ed è dimostrazione. Le relative conseguenze sono evidenti. Dunque nel primo dato la dupla (e a ragguaglio le sue radici) è ragione *a priori* in genere universalissimo. Perchè nulla ostando, che dato 1, 3; dato 1, 4 ec. in infinito, egualmente non sia assegnabile il terzo termine armonico, la forza dimostrativa cade sempre sopra la dupla, come prima ragione della serie moltiplice 1, 2, 1, 3, 1, 4 ec., e come ragion semplice, e non composta. 1, 3, è ragione composta dalla dupla, e sesquialtera, e così in infinito. Se la dupla 1, 2, fosse capace del terzo termine armonico, lo sarebbe egualmente tutta la serie del genere moltiplice. Dunque la forza dimostrativa sta nella dupla. Dunque in ogni senso, e in qualunque modo ragione *a priori*. Nel secondo, e terzo dato se il circolo ha intrinseca la ragion dupla nella sua costruzione tra il raggio, e il diametro; se il quadrato ha intrinseca nella sua costruzione la ragion dupla radicale tra la diagonale, e il lato; se le due figure convengono nella dupla in prodotto, e in radice; dunque devono aver intrinsecamente la potenza dupla, relativa alla ragione, in cui convengono, e ch' è intrinseca alla loro costruzione. E questa potenza dupla altro non può, nè dev' essere, senon la ragione producente le radici della dupla radicale BC, AC, propos. prima; e si vuol dire le radici delle radici duple. Quando ciò si dimostri (in quel modo, ch' è possibile rispetto alle quantità irrazionali, che non si possono esprimere in numero aritmetico comune, senon per approssimazione, ma che basta, e avanza per dimostrare la ragione ricercata) sarà non solamente dimostrato quanto qui si propone, ma nello stesso tempo saranno dimostrativamente confermate tutte le antecedenti proposizioni del presente sistema.

Siano dunque in precisione i tre termini, raggio, diametro, e circonferenza. Siano espressi in numero con le tre posizioni, di Archimede, Mezio, e Ceulen; di Archimede 7 il raggio, 14 il diametro, 44 (in circa) la circonferenza; di Mezio 113 il raggio, 226 il diametro, 710 (in circa) la circonferenza; di Ceulen (prendendo dieci cifre sole per iscansare la maggior fatica, e riducendole a' numeri primi per 5) 1000000000 il ragio, 2000000000 il diametro, 6283185307 (in circa) la circonferenza. Da ciascuna posizione siano dedotte le differenze, e siano sommate tra loro.

Di Archimede differenze. 7 14 44
7 30
7
37 somma delle differenze.

Di Mezio differenze. 113 226 710
113 484
113
597 somma delle differenze.

Di Ceulen differenze. 1000000000 2000000000 6283185307
1000000000 4283185307
1000000000
5283185307 somma delle diff.

Si domanda in qual ragione si trovi la somma delle differenze al termine della circonferenza. Rispondo, che 37, 44 di Archimede; 597, 710 di Mezio; 5283185307, 6283185307 di Ceulen sono tutte radici delle radici duple; e lo dimostro.

Radici duple sono 70. 99. 140; perchè 99 / 99 / 9801. — 140 / 70. / 9800. — eccede 99 di 9801 / 9800 in prodotto.

Più esatte 408. 577. 816; perchè 577 / 577 / 232929. — 816 / 408. / 232928. — eccede 577; ma molto meno di 99.

molto più esatte 13860. 19601. 27720; perchè 19601 / 19601 / 384199201. — 27720 / 13860. / 384199200. — eccede 19601, ma molto meno.

Assegnate le medie proporzionali rispettive tra 70, 99 moltiplicati per 4 in 280, 396, sarà 333 medio proporzionale in differenza di $\frac{333}{333}$ $\frac{396}{280}$: 110889. 110880: in numeri primi 12320, 12321.

Tra 408, 577 sarà medio proporzionale 485 : $\frac{1}{5}$ in circa. vi sarà la differenza in prodotto di 77441, e frazioni. 77440.

Tra 13860, 19601, sarà medio proporzionale 16482 : $\frac{2}{5}$ in circa. vi sarà la differenza in prodotto di 771788, e frazioni. 771789

Dunque in ragguaglio alla prima posizione così 280, 333, come $\frac{333}{396}$,

396 sono radici della ragion dupla radicale 280, 396, quale in numeri primi è 70. 99. In ragguaglio alla seconda posizione così 408, $485:\frac{1}{5}$ in circa, come $485:\frac{1}{5}$ in circa, 577, sono radici della ragion dupla radicale 408, 577; e sono più esatte delle prime. In ragguaglio alla terza posizione così 13860, $16482:\frac{2}{5}$ in circa, come $16482:\frac{2}{5}$ in circa, 19601, sono radici della ragion dupla radicale 13860, 19601; e sono molto più esatte.

Ma comparati i due termini 37, 44, dedotti dalla posizione di Archimede, alle tre posizioni di radici delle radici duple si trova, che comparati a 280 333

44	37
12320	12321 differenza.

comparati a 408 $485:\frac{1}{5}$

44	37
44880	44881 differenza.

comparati a 13860 $16482:\frac{2}{5}$

44	37
76230	76231 differenza.

la ragione differenziale va minorando a ragguaglio della maggior esatezza delle radici, alle quali vengono comparati. Dunque nulla ostando alla dimostrazione il non potersi determinare la precisa quantità delle radici assegnate, i due termini dedotti dalla posizione di Archimede sono radici delle radici duple, o sia della ragion dupla radicale. Omettendo la inutile fatica di tutte le comparazioni, siano comparati i due termini dedotti dalla posizione di Ceulen (come più prossimi al vero) alle dimostrate radici delle radici duple 37, 44.

5283185307.	6283185307
44	37
232460153508	232477856359.

Per la differenza 17702851 risulta la ragione differenziale di 13130 a 13131, e frazioni. Comparati gli stessi termini di Ceulen alle radici delle radici duple più esatte di tutte 13860, $16482:\frac{2}{5}$ in circa, risulta la ragion differenziale di 16201 a 16202, e frazioni. Dunque minore della prima. Dunque dimostrata la mia proposizione. Dunque il principio primo armonico non cade sotto le leggi delle differenze armoniche, ma

cade sotto le leggi della potenza dupla, ch' è *a priori*; ch' è quanto si doveva dimostrare.

Indi ne viene per corollario, ch' espresso il presente sistema con la potenza dupla, e con l' attuale sesquialtera determinante il sistema, si trovi per differenza la ragione, che vi è tra il diametro, e la circonferenza. Mi spiego. Dupla potenza sono le dimostrate radici 37, 44. Si aggiunga per terzo termine la sesquialtera. Saranno i tre termini 37, 44, 66. Ma tra 37, 44 differenza 7; tra 44, 66, differenza 22, e per la dimostrazione di Archimede il diametro è 7, la circonferenza 22 in circa. Dunque ec. Sia la potenza dupla con radici più esatte 280, 333, 499 : 2 1/2. Saranno le due differenze 53, 166 : 2 1/2. Comparate alla posizione di Mezio, ch' è più esatta, 113, 355, si trova la minima ragione differenziale completa 37629, 37630. Dunque ec.

Ma perchè siano consumate per sempre tutte le difficoltà, che possono opporsi al circolo, come intrinsecamente, e per se armonico, torno alla prima oppozizione, e la ripeto. Il circolo non è, nè può esser intrinsecamente, e per se armonico. Perchè i seni, che sono veramente, e unicamente propri del circolo sono tutti medietà geometriche, o sia linee medie proporzionali. Dunque il circolo è intrinsecamente, e per se geometrico, e non armonico. Si è sciolta questa obiezione rispondendo, che il circolo separato dal quadrato è un falso supposto rispetto alla mia proposizione, che suppone la inseparabilità delle due figure. Ma quì si vuol sciogliere più precisamente, e da tal soluzione si vedrà qual, e quanta riserva alle volte si debba avere nel prestar l' assenso alle stesse dimostrazioni. Perchè certamente la oppozizione suddetta è una dimostrazione; e pure per risolverla intieramente io dico, che il circolo si dimostra intrinsecamente e per se armonico appunto per questo, perchè i seni veramente, e unicamente propri del circolo sono geometrici; cosicchè se tali non fossero, il circolo non sarebbe, nè potrebbe mai esser armonico di propria intrinseca natura. La sostanza della soluzione non consiste dunque ne' seni, come dimostrativamente geometrici, ma nella ragione, per cui sono tali. Dico, che sono tali, perchè il quadrato è di propria intrinseca natura aritmetico, il circolo di propria intrinseca natura armonico. Lo dimostro.

Date le proporzioni geometriche discrete di prima semplicità, il loro centro è formato dalle due medietà, armonica, e aritmetica, quali moltiplicate tra loro, producono quanto gli estremi moltiplicati tra loro. E però considerato nelle due medietà suddette il loro centro, come inseparabile, e congiunto, ha forza di centro geometrico; e in tal rispetto la proporzione è geometrica continua. Considerato come separabile, e diviso, è centro di proporzione geometrica discreta; e in questo secondo senso s' intendono comunemente le proporzioni suddette, e s' intendono ottima-

mamente. Ciò premesso, si è dimostrato nella seconda proposizione, che dato nel circolo per il diametro razionalmente diviso qualunque seno, indi protratto il seno al lato del quadrato circonscritto, il quadrato dedotto dal seno è mezzo armonico, il quadrato dedotto dal seno protratto è mezzo aritmetico della ragione, in cui si è diviso il diametro, ridotta la ragione a proporzione geometrica discreta. Ora si vuol vedere qual sia intrinsecamente *a priori* la natura del seno, e per qual ragione diventi mezzo geometrico in rispetto al diametro diviso. Sia però.

Proposizione quarta. Figura IV. prima.

Diviso armonicamente il diametro A M in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec., dedotti i seni $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D, $\frac{1}{5}$ E ec., e protratti tutti al lato del quadrato circoscritto da C in G, da D in H, da E in I ec., dico, ch' essendo i seni protratti eguali al semidiametro $\frac{1}{2}$ B apertura di compasso, il circolo di sua natura intrinseca, e in forza della sua figura null' altro fa (e null' altro può fare dimostrativamente) senon sottrarre al seno protratto, cioè al semidiametro, quella tal porzione di linea, quale sottratta che sia, resti l' avanzo, cioè il seno, in radice di mezzo armonico rispettiva allo stesso semidiametro, come radice di mezzo aritmetico, relativi alle proporzioni geometriche discrete del genere moltiplice 1, 2; 1, 3; 1, 4 ec. in infinito.

Di 1, 2, proporzione geometrica discreta *6*, 8, *9*, 12; 8 mezzo armonico, *9* mezzo aritmetico.

Di 1, 3, proporzione geometrica discreta 2, 3, 4, *6*; 3 mezzo armonico, 4 mezzo aritmetico.

Di 1, 4, proporzione geometrica discreta 10, *16*, 25, 40; *16* mezzo armonico, 25 mezzo aritmetico ec.

Ma dato il quadrato di $\frac{1}{3}$ G semidiametro è *9*, di $\frac{1}{3}$ C è 8, ed è il seno. Dunque in forza del circolo si è sottratta dal semidiametro la porzione di linea C G, per la cui sottrazione $\frac{1}{3}$ G seno del circolo resta in radice di 8. Ma 8 è mezzo armonico della dupla, e il seno $\frac{1}{3}$ C divide il diametro A M nella ragion dupla A $\frac{1}{3}$ 1, $\frac{1}{3}$ M 2. Dunque il circolo di sua intrinseca natura, e in forza della sua figura riduce in genere la natura aritmetica, alla natura armonica; e in ispecie null' altro fa, senon sottrarre al semidiametro, o sia apertura di compasso quella tal por-

porzione di linea, quale sottratta, resti il seno (proprio del circolo) in radice di mezzo armonico rispettiva al semidiametro, come radice di mezzo aritmetico. Evitando come cosa disutile il dimostrare lo stesso negli altri seni, e lo stesso negli altri generi di proporzione, superparticolare, superparziente ec., dico, che in genere generalissimo si troverà sempre lo stesso: bastando alla universalissima dimostrazione, che il diametro sia razionalmente diviso; quantunque sussista la dimostrazione anche nel caso ch' esso diametro fosse diviso irrazionalmente. Sussiste, e sussisterà in eterno, con la sola differenza, che non potrà venire espressa co' numeri razionali, perchè si ridurrà alle radici delle radici, il che è chiaro, nè ha bisogno di prova.

Dunque se da' Geometri si definisce il circolo un risultato d' infiniti Poligoni, perchè per poligoni iscritti, e circoscritti si va sempre più approssimando alla circonferenza in progressione infinita, con ragione, e fondamento molto maggiore io definisco il circolo un risultato d' infiniti mezzi armonici, perchè la sua costruzione di necessità dimostrativa riduce il semidiametro, o sia apertura di compasso con la sottrazione della differenza, che vi è tra il seno, e seno protratto, a una serie infinita di mezzi armonici. Il fondamento della mia definizione è sicuro, quanto è la data dimostrazione. Non è sicuro il fondamento de' Geometri, perchè non si è data ancora (nè si darà mai) la dimostrazione, che di fatto i poligoni si risolvano nel circolo. Vi sarà in infinito la differenza della unità, che non si potrà mai consumare; qual differenza corrisponde (a ragguaglio di principj primi) alla differenza della unità, che vi è tra il mezzo armonico, e l' aritmetico in infinito.

Se poi questi due mezzi, armonico, e aritmetico siano intrinsecamente congiunti tra loro in un solo termine, è chiaro, che questo termine sarà mezzo geometrico, perchè avrà congiunta in se stesso la proprietà, e natura, che avevano rispettivamente tra loro i due mezzi separati; e la proprietà, che per esempio ha la quadrupla geometrica discreta 10, 16, 25, 40, ne' due mezzi 16 armonico, 25 aritmetico, quali moltiplicati tra loro, producono quanto gli estremi moltiplicati tra loro, avrà la quadrupla geometrica continua 10, 20, 40, nel solo termine 20, mezzo geometrico tanto degli estremi 10, 40, quanto de' mezzi 16, 25. Così succede identicamente ne' seni rispetto a' principj primi delle cose. Si ha ne' seni congiunta la proprietà, e natura de' due mezzi armonico, e aritmetico. La proprietà e natura del mezzo aritmetico sta nel punto dove comincia il seno, ch' è la linea retta comune al quadrato e al circolo, già dimostrata altrove per aritmetica in priorità di natura. E la proprietà e natura del mezzo armonico sta nel punto dove finisce il seno, ch' è la linea circolare. Rispetto alla linea circolare, che determina il punto armonico del seno, si è qui sopra dimostrato. Rispetto alla linea retta comune A $\frac{1}{2}$ apertura di compasso, che determina il punto aritmetico dello stes-

ſteſſo ſeno, ſi dimoſtra con molta facilità. Nella quarta figura, ch' è la prima delle due, ſi traſporti A $\frac{1}{2}$ apertura di compaſſo, e linea comune in NB linea eguale ma non comune; che vuol dire, ſi dividano i due termini in A $\frac{1}{2}$, NB, che ſono congiunti in A $\frac{1}{2}$, e ſi torna per forza alla ſteſſa dimoſtrazione data qui ſopra. Il ſeno, che per la ſua deduzione ſuppone il diametro diviſo in parti eguali, e però aritmetiche, è prova evidente del principio aritmetico della ſua deduzione. Dunque ſe i ſeni non foſſero in tal ſenſo geometrici, cioè includenti in ſe ſteſſi la proprietà, e natura del mezzo aritmetico determinata dalla linea retta comune, e la proprietà, e natura del mezzo armonico determinata dalla linea circolare, il circolo non ſarebbe, nè potrebbe mai eſſer armonico di propria intrinſeca natura; ch' è quanto ſi doveva dimoſtrare.

Ella Sig. Conte ſi maraviglierà, che io mi ſia data la pena di provar la mia propoſizione in sì fatto modo, che ſi reſti non ſolamente convinto, ma oppreſſo dal peſo delle ragioni. Oltre che queſta propoſizione è il fondamento principale del mio ſiſtema, ſi degni di credermi, che la propoſizione è per ſe, e indipendentemente dal ſiſtema muſicale di tal, e tanta importanza, che ſon ſicuro non eſſervi la eguale in tutte le note umane ſcienze. Anzi ſappia, che qui ho detto il meno di quanto ſi può dire: il più appartiene ad altra ſcienza.

Intanto reſta concluſo, che il circolo ſia intrinſecamente armonico; e che la ſua dimoſtrativa coſtruzione dipenda dalla ſerie infinita delle proporzioni geometriche diſcrete, il di cui mezzo aritmetico ſia eſpreſſo dal ſeno protratto al lato del quadrato circoſcritto (e queſto ſeno protratto è ſempre il ſemidiametro, o ſia raggio), dal qual ſeno in forza della linea circolare ſia ſottratta quella tal porzione di linea retta, per cui la linea, che rimane (ed è ſempre il ſeno del circolo) ſia nel ſuo quadrato al quadrato dello ſteſſo ſeno protratto, come il mezzo armonico al mezzo aritmetico della ragione (ridotta ſempre a proporzione geometrica diſcreta), in cui lo ſteſſo ſeno protratto ha diviſo il diametro. Dico di più, che ſe foſſe poſſibile ſenza l' ajuto del circolo iſcritto l' aſſegnazione della linea radicale producente nel ſuo quadrato la ragione del mezzo armonico riſpettivo al mezzo aritmetico, di cui è linea radicale il ſeno protratto, ſarebbe dimoſtrativamente poſſibile la coſtruzione del circolo in forza ſola di tal linea; e dato per eſempio (figura V) il quadrato ABCD infinitamente pieno di rette linee in piano, paralelle a CB, finitamente ivi aſſegnate per lo eſempio; da ciaſcuna dedotto il mezzo armonico riſpettivo ſarebbe formata la linea circolare del quadrante BAC, il che già è dimoſtrato. Ma ciò non eſſendo poſſibile, ſenon appunto in forza della linea circolare, reſta in conſeguenza dimoſtrata per ſempre la linea circolare, o ſia circonferenza un riſultato d' infiniti mezzi armonici in ra-

in radice. Dunque il circolo intrinsecamente armonico, perchè tale in radice. Dunque vera la proposizione, che 1, 2, x deve adattarsi alla figura circolare in forza della sua natura, e costruzione; e che il termine indefinito x sia la circonferenza, quale col termine 2 forma una ragione indefinita. Questa ragione in sostanza è una ragione armonica trascendente, composta dalla tripla, come ragione fondamentale del sistema armonico, e da due centri rispettivi delle due ragioni formanti la tripla, cioè dupla, e sesquialtera. Sommati questi due centri formano quella ragione incognita nel suo principio, inassegnabile nella sua quantità precisa, di cui oltre la ragion tripla la circonferenza eccede il diametro; cioè la ragione di 21 a quasi 22 di Archimede rispetto a 7 diametro, di cui è triplo 21. Di 339 a quasi 355 di Mezio rispetto a 113 diametro, di cui è triplo 339 ec. Se ben ciò non appartiene all' intento presente, nondimeno stimo ben fatto darle una idea concreta di tal principio, in di cui forza ella sappia per scienza i primi componenti della suddetta ragione, e sappia per scienza la cagione immediata della impossibilità della quadratura del circolo. La cosa è affatto nuova, e interessante, e però non si deve tralasciare: molto più, perchè diventa una prova universale di quanto fin' ora si è dimostrato.

Si è stabilita in questo Capitolo ragion potenziale la dupla, ragion attuale la sesquialtera dell' armonico sistema. Indi la tripla ragion fondamentale, come somma della dupla, e sesquialtera. A ragguaglio assegnati i due centri rispettivi, potenziale della dupla, attuale della sesquialtera, dico che la loro somma formerà quella ragione incognita, di cui oltre la tripla la circonferenza eccede il diametro. Chiamo centro potenziale della dupla quella tal ragione di quantità irrazionale, che in forza delle proporzioni geometriche discrete (dimostrate principio primo, e comune del circolo, e del quadrato) è dedotta dal centro delle radici duple ridotte a proporzione geometrica discreta; e sono 5, 7, già dimostrate in questo Capitolo. Ridotte a proporzione geometrica discreta sono 30, 35, 36, 37, 42. Si prenda la ragione formata da due mezzi 36 aritmetico, 37 contrarmonico, e di questa ragione si assegni il mezzo aritmetico. Duplicati 36, 37 in 72, 74, sarà 73 il mezzo aritmetico assegnato. Di questi tre termini si prendano i due 72, 73, e secondo la scienza del premesso trattato si assegnino le radici della ragione formata da due termini 72, 73. Saranno 289, 291, perchè moltiplicati in sestessi

$$\begin{array}{rrr} & 289 & 291 \\ 289 & & 291, \\ \hline & 83521 & 84681 \end{array}$$

e comparati i due prodotti alla ragione

$$\begin{array}{rrr} & 83521 & 84681 \\ 73, & & 72. \\ \hline & 6097033 & 6097032 \end{array}$$

Ma 289 mez-

zo aritmetico tra 288, e 290, quali moltiplicati tra loro producono $\frac{290}{288}$. $\frac{}{83520}$

Egualmente 291 mezzo aritmetico tra 290, e 292, quali moltiplicati tra loro producono $\frac{292}{290}$; e 8352, 8468 sono eguali alla ragione 72, 73, $\frac{}{84680}$

perchè $\frac{8352}{73}$, $\frac{8468}{72}$. Dunque ec. La ragione formata da due termini $\frac{}{609696}$ $\frac{}{609696}$

radicali 289, 291, io chiamo centro potenziale dedotto dal centro delle radici della dupla, ragione potenziale del Siſtema; e dal modo della ſua deduzione ſono dimoſtrativamente convinto, che così lo devo chiamare, perch' è formato dalle radici delle radici di 36, 37.

Chiamo centro attuale della ſeſquialtera quella tal ragione di quantità razionale, ch' è dedotta dal centro della ſeſquialtera ridotta a proporzione geometrica diſcreta in 20, 24, 25, 26; 30. Li due mezzi, aritmetico 25, contrarmonico 26 formano il centro attuale della ſuddetta ragione. Queſti due centri devono deſumerſi da' mezzi contrarmonici relativi, perchè ſi è veduto, e dimoſtrato, che la quantità della circonferenza è traſcendentale. Dunque il ragguaglio dev' eſſer di natura di quantità contrarmonica, che corriſponde alla quantità negativa dell' Algebra, e per propria intrinſeca natura traſcende la unità aritmetica. Il centro relativo alla ragion dupla è in potenza, perchè così è la ragione; è alterabile, e incompleto, perch' è compoſto da due termini irrazionali, che non ſi poſſono eſprimere co 'l numero aritmetico ſe non per approſſimazione. Il centro relativo alla ragion ſeſquialtera è in atto, perchè così è la ragione. E' inalterabile, e completo, perch' è compoſto da due termini razionali, e completi.

Tutto ciò neceſſariamente premeſſo dico, che la ſomma di queſti due centri formerà per approſſimazione quella tal ragione fin' ora incognita, di cui oltre la ragion tripla la circonferenza eccede il diametro; e rettificando ſecondo il metodo del trattato i due termini irrazionali del primo centro per ſempre maggior approſſimazione, la ragione ſuddetta ſi approſſimerà ſempre più alla vera quantità per progreſſione infinita. Si prendano per la prova i due termini di Mezio 113, 355, come più proſſimi al vero in pochi numeri. Triplicato 113 in 339, ſarà 339, 355 la ragione dell' eccesſo, di cui oltre la tripla la circonferenza eccede il diametro. Si ſommino i due centri:

della dupla 289, 291.
della ſeſquialtera 25, 26. ; e ſi compari la ragione riſultata 7225,
7225; 7566.

7566, alla ragione di Mezio 339, 355. 7225 355 — 7566 339

resta la minima differenza razionale della unità in 2564875, 2564874, di cui il termine 7225, a cui è sommata la radice 289, eccede il termine di Mezio 355 indicante la circonferenza. Ma la differenza razionale della unità secondo la scienza del trattato è indicazione dimostrativa del principio comune delle ragioni comparate; e l' eccesso si trova nel termine 7225, a cui è sommata la radice 289, quale per intrinseca posizione cresce a ragguaglio del termine relativo 291 di quanto cresce a ragguaglio la ragione 288, 290, dalla ragione 290, 292. Dunque vera la posizione, e la dimostrazione de' due centri sommati, come indicanti la suddetta ragione 339, 355.

Più. Si riducano a proporzione geometrica discreta i due primi termini 72, 73, da' quali si è dedotto il primo centro. Assegnato il mezzo aritmetico tra 72, 73, duplicati in 144, 146, sarà 145. Indi la proporzione geometrica discreta

144 145
145 146

20880 21024. mez. arm. 21170.
21025. mez. aritm.

Si assegni il mezzo aritmetico tra i due mezzi, armonico 21024, aritmetico 21025. duplicati tutti li termini sarà la posizione.

42048 mezzo armonico
41760. 42049 mezzo assegnato 42340.
42050 mezzo aritmetico

Li due termini 41760, 42049, saranno radici della ragione 72, 73, molto più esatte di quello siano 289, 291. Alla ragione 41760, 42049
Sommata la ragione, 25 26

e alla ragione risultata 1044000 1093274
comparata la ragione di Mezio 355 339

per la differenza 114 : 370620000. 114 : 370619886

risulta la minima ragione differenziale $\frac{72}{325105^2 : 114}$ $\frac{72}{325105^1 : 114}$

Dunque minore della prima differenza 2564875, 2564874. Dunque vero ec.

La mia proposizione non essendo diretta alla quadratura del circolo, tralascio di maggiormente avvanzarla sì in rispetto alle diverse relazioni, e significazioni della ragione 72, 73; sì in rispetto alla maggior esattezza della sua posizione, e delle sue radici. Solamente le faccio osservare, che la somma de' due termini della suddetta ragione è $\frac{72}{73}$. E vuol di-
$\frac{}{145}$

re

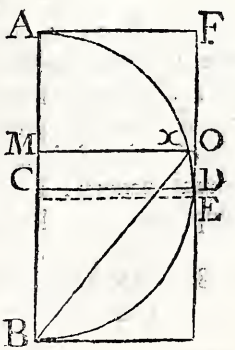
re il mezzo contrarmonico della ragione 11, 13, ridotta a proporzione geometrica discreta in 132. 143. mezzo arm. 144. mezzo aritm. 156. 145. mezzo contrar. E le faccio osservare, che li due termini suddetti 11, 13, sono le radici delle radici duple 5, 7. Questa osservazione fa conoscere ad evidenza la verità del principio primo nella potenza dupla, e la necessità di ridurre il calcolo al mezzo contrarmonico.

Dopo tuttociò si puo ancor dubitare se la ragion tripla sia talmente intrinseca al circolo, che sia impossibile il separarla dalla di lui dimostrata natura, e formazione. Ma la cosa è troppo chiara nella proporzione geometrica discreta della tripla; 2, 3, 4, 6. Si è dimostrato, che il diametro è aritmetico per natura, la circonferenza armonica per natura. Si è dimostrato, che il centro aritmetico della ragion dupla è la sesquiterza, ed è evidente che il centro della tripla assegnata formato dall' avanzo di due duple, 2 3 4 6 è in ragion sesquiterza. Dunque il centro, come aritmetico, appartiene al diametro; e ciò, che appartiene alla circonferenza, come armonica, altro non può, nè dev' esser a tutto rigor matematico se non la somma della tripla armonica: escluso qualunque altro mezzo, che non sia armonico. Ma dato il mezzo aritmetico del centro sesquiterzo 3, 4, è $3 : \frac{1}{2}$. Data la somma de' tre termini constituenti la tripla armonica 6, 3, 2, è 11. Dunque indipendentemente da' poligoni iscritti e circoscritti, e solamente in forza de' principj dell' armonico sistema e della legittima scienza aritmetica si sa, che necessariamente il diametro alla circonferenza deve trovarsi in ragguaglio di $3 : \frac{1}{2}$ a 11 : in numeri intieri di 7 a 22. Ecco dunque ad evidenza la inseparabilità della ragion tripla dal circolo.

Se qualche oscurità vi rimane rispetto alla ragion sesquiterza, che forma il centro, ancor questa si rischiara facilmente con geometrica dimostrazione, in di cui forza non solo si rileva la verità del centro suddetto, ma si vede di più la necessità del calcolo contrarmonico.

L' apertura di compasso, o sia raggio CA si determini a 49, ch' è il quadrato di 7, ed è il mezzo aritmetico della sesquiterza geometrica discreta.

42. mezzi 48. arm. 49. aritm. 50. contram. 56.



Relativamente a DF eguale a CA si aggiunga il mezzo contrarmonico 50 in EF, da cui si deduca la ragion sesquiterza in OF, come $37 : \frac{1}{2}$. Dico, che

condotto il seno da O per x in M, e condotta da x in B la corda sutteſa x B, tra A B diametro, e la sutteſa x B si avrà la ragione di 14 a 11, cioè del quadrato circoscritto al circolo iscritto. Ommetto il calcolo, perchè facile, e chiaro, e dico. Dunque la ragione suddetta si ha dal centro aritmetico sesquiterzo, e dalla ragion sesquiterza riportata al mezzo contrarmonico relativo. Dunque doppia prova e della verità del centro sesquiterzo, e della trascendenza della tripla nel circolo rispetto alla natura di quantità contrarmonica.

Le dirò di più, che data la tripla geometrica discreta con tutti li tre mezzi in 2, 3, 4, 5, 6, e ridotti li cinque termini a somma nel modo seguente $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{6}$, ella troverà, che li due termini 5, 7, sono le

$\frac{}{5}\ \frac{}{7}\ \frac{}{9}\ \frac{}{11}$

radici della dupla: 9, 11, le radici della sesquialtera; e 7, 9, una media ragione aritmetica tra le due estreme ragioni. Si riduca il termine 7 a maggior approssimazione di radice dupla rispetto al termine 5. Moltiplicati tutti li quattro termini per 14, saranno $\frac{14}{5}\ \frac{14}{7}\ \frac{14}{9}\ \frac{14}{11}$.

$\frac{}{70}\ \frac{}{98}\ \frac{}{126}\ \frac{}{154}$

Aggiunta la unità a 98 dedotto da 7, sarà 99, quale con 70 formerà le radici duple molto più esatte di 5, 7. Perchè $\frac{70}{70}\ \frac{99}{99}$

dupla 4900 9801 in differenza di 1.

Ella troverà tra 99, 126, ch' è il centro degli estremi, la ragione di 11 a 14, cioè del circolo iscritto al quadrato circoscritto. Ecco in qual modo la ragione del circolo al quadrato si contiene nella tripla.

Dalla posizione suddetta ne viene, che prendendo la ragione sesquiterza con la ragione sopraſſegnata 7, 9, o sia super 2 parz. 7, e riducendo queste due ragioni a proporzione geometrica discreta

	mezzi		mezzi	
	48 arm.		63 arm.	
42	49 aritm.	56;	56	64 aritm. 72;
di 3, 4 in	50 contrar.		di 7, 9 in	65 contrar.

con li mezzi aritmetici dedotti dalli due mezzi rispettivi, armonico, aritmetico della sesquiterza: aritmetico, contrarmonico della super 2 parz. 7, si formi la precisa posizione di Mezio di 226 quadrato iscritto a 355 circolo circoscritto non per poligoni, ma con la semplice somma de' due mezzi dedotti. Ecco il modo, e il fatto.

Duplicati tutti li termini in

				Somma,	Somma
	96		126	97	226
84.	98 97 dedotto	112	128 129 dedotto.	129	129
	100		130	226	a 355.

Ecco

Ecco ſpiegata la natura contrarmonica in 129 dedotto da due mezzi aritmetico, e contrarmonico riſpetto alla ragione 7, 9; e confermato il centro ſeſquiterzo in 97 riſpetto alla ſeſquiterza, perchè 97 è termine dimoſtrativamente indicante il mezzo geometrico della ſeſquiterza 84, 112.

Le dirò finalmente, che dato il termine 56, ch' è il mezzo comune di proporzione riſpetto alla ſeſquiterza 42, 56, e alla ſuper 2 parz. 7, 56, 72; dedotta dal medeſimo la tripla geometrica diſcreta in 56, 84, 112, 168; e ridotto a proporzione geometrica diſcreta il centro ſeſquiterzo 84, 112, con tutti li tre mezzi come ſopra, cioè 84: $\frac{96}{100}$ 98. 112; io le farò naſcere ſotto gli occhi li numeri preciſi di Ceulen, aſſumendo per diametro il mezzo contrarmonico 100, e per circonferenza la ſomma della tripla armonica con la ſola operazione di aggiunger al termine 56 un' altro termine in ragione di 50 a 51, e di riportare la tripla armonica al termine aggiunto. La ragione aggiunta di 50 a 51 è neceſſaria di neceſſità di principio, ed è relativa alla prima dimoſtrata poſizione della ragione 25, 26, dedotta dalla ſeſquialtera, e ſommata alle radici 289, 291, ec. Aſſumendoſi per diametro il mezzo contrarmonico 100, a giuſto ragguaglio è forza di riportare la tripla armonica al centro della ragione 25, 26, ch' è formata dal mezzo aritmetico, e dal mezzo contrarmonico della ſeſquialtera. Dunque duplicando 25, 26, in 50, 52, ſarà 51 il centro, o ſia mezzo aritmetico della ſuddetta ragione, qual mezzo co'l termine 50 forma la ragione ſopracennata di 50, 51. Voglio dire in ſoſtanza, che come prendendoſi per diametro il mezzo aritmetico 98, e per circonferenza la ſomma della tripla armonica 56, 84, 168, ch' è 308, ſi ha la ragione dedotta da Archimede di 7 a 22; così prendendoſi per diametro il mezzo contrarmonico 100, e per circonferenza la ſomma della tripla armonica, riportata nel primo termine all' aſſegnata ragione di 50, 51, che naſce neceſſariamente da principj del preſente ſiſtema, ſi avrà la ragione dedotta da Ceulen di 10000000 ec. a 31415926 ec.

Per comodo del calcolo ſiano accreſciuti di tre zero li tre termini della tripla armonica 56, 84, 168. Saranno 56000, 84000, 168000. Dal primo termine 56000 ſi deduca il ſecondo in ragione di 50 a 51. Sarà 57120, da cui ſi deduca la tripla armonica in 57120, 85680, 171360. Sommati li tre termini, ſarà la ſomma 314160. Ma le prime ſei cifre di Ceulen ſono 314159; dunque ſin qui in differenza della unità nella ultima cifra. Ora ella ſappia, che il termine aſſunto 51 eſſendo incompleto, e dovendoſi ridurre li tre termini 50, 51, 52, a proporzione geometrica diſcreta per aſſumere ſecondo la natura armonica della circonferenza non più il mezzo aritmetico, ma bensì il mezzo armonico dedotto dal centro della proporzione ſuddetta, ridotto a proporzione geometrica

ca discreta; quando ciò si faccia in progressione infinita, e a ragguaglio si riporti la tripla armonica a termini relativi, non solo non si trova più la differenza della unità tra le cifre qui sopra risultate da due principj affatto diversi, ma le cifre si vanno identificando in progressione infinita. La operazione è lunga, e tediosa, ed io ho avuto la pazienza di eseguirla fino a cifre 8. Il risultato è 57119866, 85679799, 171359598.

57119866
85679799
171359598

Diametro 100000000 Somma 314159263 ec.
Ceulen 314159265

Dopo prove sì fatte ella non credesse mai Sig. Conte, che io pretendessi in forza del mio sistema di andar incontro alla quadratura del circolo. Pretendo bensì il contrario, ed è di dimostrare la impossibilità della quadratura del circolo in forza appunto del mio sistema. La radice della impossibilità è nel punto B della quarta figura, come punto comune della retta B $\frac{1}{2}$, e della curva BCDA. Si è dimostrato in questa figura, che diviso armonicamente il diametro AM in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ec., dedotti li seni $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D ec.; e dedotti li seni protratti $\frac{1}{3}$ G, $\frac{1}{4}$ H ec., il circolo per propria natura null' altro fa se non sottrarre al seno protratto, ch' è il semidiametro, quella tal porzione di linea, la quale sottratta che sia, resti l' avanzo, ch' è il seno, in radice di mezzo armonico rispettiva al semidiametro come radice di mezzo aritmetico, relativi alla serie infinita delle proporzioni geometriche discrete dedotte dal genere moltiplice 1, 2; 1, 3; 1, 4, ec. in infinito. Però si trova il quadrato del seno $\frac{1}{3}$ C come 8, il quadrato di $\frac{1}{3}$ G come 9: quello mezzo armonico, questo mezzo aritmetico della dupla 6, 12, eguale alla dupla A $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ M, in cui si è diviso il diametro ec. Ora è certo, che la serie suddetta comincia in B $\frac{1}{2}$, che divide il diametro AM in $\frac{1}{2}$ A, e in $\frac{1}{2}$ M. Dunque riportando la divisione al numero della serie moltiplice, sarà il risultato di B $\frac{1}{2}$ 1, di A $\frac{1}{2}$ 1, di $\frac{1}{2}$ M 1. Dunque la forma è 1, 1, 1; unitadi eguali, ma diverse, com' è diverso B $\frac{1}{2}$ da $\frac{1}{2}$ A, e questo da $\frac{1}{2}$ M. E' certo, che nell' applicazione della serie suddetta al diametro, A $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ M so-

sono gli estremi della ragione 1, $\frac{1}{2}$; e $\frac{1}{3}$ C, 3 G sono li mezzi rispettivi armonico, aritmetico. Così A $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ M sono gli estremi della ragione 1, 3, e $\frac{1}{4}$ D, $\frac{1}{4}$ H sono li mezzi rispettivi, armonico, aritmetico ec. Dunque in forza della stessa serie, che comincia in $\frac{1}{2}$ A, e in $\frac{1}{2}$ M come estremi, è certo, che in $\frac{1}{2}$ B devono esservi realmente li due mezzi rispettivi, armonico, aritmetico, altrimenti vi è l' assurdo patente. Ma è certo, che il punto comune $\frac{1}{2}$ del mezzo $\frac{1}{2}$ B resta comune e agli estremi, e a' mezzi per tutta la serie infinita in $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec., e per il contrario il punto comune B dello stesso mezzo B $\frac{1}{2}$ non resta comune nel progresso, ma si divide realmente. Dunque nel punto B vi sono due relazioni, di mezzo armonico, e di mezzo aritmetico; e queste due relazioni sono tanto reali, quanto è reale la separazione de' due mezzi nel progresso, e quanto è reale il principio di quattro termini, cioè due estremi, e due mezzi rispetto alla stessa serie, che procede in infinito per due estremi, e due mezzi reali. La conclusione è evidente. Per negarla bisogna negar tutto. Ma questo è impossibile. Dunque ec.

Ciò premesso, dico impossibile la quadratura del circolo rispetto alla idea, modo, e scienze comunemente note di quantità. Se la linea circolare è realmente separata dalla linea retta nel loro principio primo, ch' è il punto; come mai si può pretendere di ridurre la linea circolare in retta senon pretendendo appunto un' impossibile? Se la natura di quantità armonica è realmente distinta, e diversa dalla natura di quantità aritmetica; come mai si potrà cambiare una natura nell' altra stando le medesime nel loro principio primo? E qui rispetto alle scienze note di quantità finisce per sempre la ricerca della quadratura del circolo.

Ecco dunque Sig. Conte in questi due primi Capitoli posto sotto gli occhi suoi quell' esemplare di scienza fisicarmonica, da cui ella deve desumer la giusta idea per riportarla alla Musica ne' Capitoli seguenti. Però mi son dilatato, e ho divagato di molto in questo secondo Capitolo per cose non affatto necessarie al sistema Musicale; avendo io creduto ben fatto di esporle in molti, e diversi aspetti la sostanza, il modo, e il metodo di questa scienza, acciò dalla raccolta delle diverse idee particolari ella formi nella sua mente la idea più completa, e universale che sia possibile: sì per il particolar suo piacere, sì per il presente bisogno. Ma in ogni modo è forza ch' ella si contenti di questa, che io chiamo con verità

rità piccoliſſima porzione, che a mio giudicio credo ſufficiente. Ella intanto rifletta, che ſe ben queſta ſcienza come dimoſtrativa abbia i ſuoi calcoli particolari, e diſtinti (è una prova di ciò il breve premeſſo trattato, ch' è per altro il minimo tra i calcoli proprj di queſta ſcienza,) nondimeno ſi vale ſecondo il biſogno di qualunque altra ſcienza di quantità; ma diſtintamente della Geometria, con cui conviene particolarmente e nelle poſizioni, e nelle propoſizioni, e nel metodo riſpetto al genere dimoſtrativo. Così dev' eſſere, perchè il circolo è comune in genere a queſte due ſcienze, ſebben in iſpecie, anzi in preciſione appartenga alla ſcienza armonica. La differenza ſoſtanziale tra queſte due ſcienze ſi è, che la ſcienza geometrica ſi propone la dimoſtrazione come fine; la ſcienza armonica come mezzo. Il fine di queſta ſcienza ſi è la ricerca della ragione, per cui la coſa dimoſtrata ſia qual è; e però è coſa chiara, che la differenza è ſoſtanziale. Molto più, perchè oltre il genere dimoſtrativo abbraccia il genere fiſico in sì fatto modo, che ſia impoſſibile il ſeparare un genere dall' altro. Ella lo ha veduto ſin ora, e lo vedrà ſino alla fine.

CA-

CAPITOLO TERZO.

DEL SISTEMA MUSICALE

Consonanze, Dissonanze, loro Natura, e Definizione.

SE il Circolo è per se, e di sua intrinseca natura armonico; dunque il diametro per se, e di sua intrinseca natura dev' esser armonicamente diviso. La conseguenza è legittima, ed è corollario di quanto si è dimostrato. Si avverta però, che io non intendo prescriver confini all' uso della figura circolare, senza di cui o non vi sarebbe, o sarebbe imperfettissima la Geometria: scienza di somma utilità, e importanza. Il circolo è talmente uno in se stesso, che risponde a qualunque idea, e a qualunque uso di scienze di quantità, le quali tutte di necessità debbono aver per principio la unità in diversi rispetti. Intendo solamente (costretto dalla giusta legge propostami da principio) di seguire a tutto rigore la di lui natura fisica, e dimostrativa fin dove mi conduce senza prendermi arbitrio alcuno; sia poi ciò, ch' esser si voglia in rispetto alle altre scienze, alle quali tutte resta il suo luogo, e il suo uso. Se il diametro si deve dividere armonicamente, perchè il circolo è per se armonico; dunque non deve formarsi il sistema nel diametro, ma bensì nelle corde, complementi, e seni dedotti dal diametro armonicamente diviso, come necessariamente appartenenti al circolo; e in tal posizione si deve trovare tutto il sistema universale. Se tutto il sistema universale; dunque in ispecie a ragguaglio delle corde, complementi, e seni il sistema armonico, l' aritmetico, il geometrico; le consonanze, e le dissonanze; la loro natura, uso, e vera definizione. Dico vera, perchè la definizione fin' ora comunemente ricevuta, che le consonanze siano cosa grata all' orecchio, ingrata cosa le dissonanze, è ben tutt' altro che definizione.

Ma innanzi di proseguire si fa necessaria la esatta spiegazione del presente sistema, sopra il quale potendo occorrere due gravi difficoltà, farò che la proposizione, e soluzione delle medesime serva a render chiaro il sistema. La prima difficoltà è questa. Nel diametro, come semplice retta linea armonicamente divisa, dedotti i quadrati della frazione, del rispettivo avanzo, e del seno, il di cui quadrato si forma dalla multiplica della frazione nell' avanzo, si ha antecedentemente quanto si ha posteriormente ne' quadrati della corda, complemento, e seno dedotti dalla data divisione. Non si vede dunque la necessaria cagione, per cui quanto si può aver nella semplice retta linea, debba riportarsi alla figura circolare. Dico, che rispetto al presente sistema, da' fenomeni fisicamente dimostrato armonico per eccellenza, la cagione è necessaria, ed anzi è una evidentissima prova del-

la già dimostrata natura armonica della figura circolare. Sia il diametro diviso per 3; sia diviso dal seno nella ragione 1, 2. Sarà 1 il quadrato di 1; sarà 4 il quadrato di 2; sarà 2 il quadrato del seno. Indi in forza del seno la quadrupla geometrica continua, 1, 2, 4. Riportata la stessa ragione al circolo nella corda dedotta da 1 del diametro, nel complemento dedotto da 2 del diametro, e nel seno, che resta il medesimo, come comune al diametro, e al circolo, si trova cambiata la quadrupla geometrica continua nella tripla armonica, perchè il quadrato del complemento è 6, della corda 3, del seno 2. La proporzione in genere, che nel diametro è geometrica, nel circolo si converte in armonica. Il seno in ispecie, che nel diametro è mezzo geometrico, nel circolo si converte in estremo armonico. Ecco sciolta la prima difficoltà, confermata armonica la figura circolare, e dimostrata la necessità di riportare al circolo qualunque operazione si faccia sopra il diametro rispetto al presente fisico-armonico sistema.

La seconda difficoltà è questa. In forza di un principio astratto indipendente da linee, e figure si esprime in genere qualunque proporzione. In ispecie, e precisione le proporzioni assegnate in note musicali annesse alla settima figura, nelle quali si contiene tutto il sistema, si risolvono in questo principio per le frazioni. Li due esempj primo, e secondo in $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. Il terzo in $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$. Il quarto per le ragioni composte in $\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \frac{5}{36}$. Indi lo stesso sistema,

dell' esempio secondo in $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$.

dell' esempio terzo in -- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$.

dell' esempio quarto in -- $\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \frac{5}{36}$.

Dunque inutile la riduzione al circolo di quel sistema, che si ha da un' altro principio primo, e indipendente.

Dico, che quando rettamente s' intenda il presente sistema, questa difficoltà non ha luogo. Il sistema è sostanzialmente fondato sopra le tre nature di quantità, armonica, aritmetica, geometrica. Nel presente Capitolo sarà evidente la deduzione del sistema particolare da ciascun genere, universale da' tre generi suddetti di quantità. Perciò esser deve dimostrativamente nota la natura particolare di ciascun termine costituente le proporzioni in senso sì rigoroso, che nulla giova al bisogno il saperli solamente in astratto quale, e di qual genere sia la proporzione. Serva di esempio la tripla armonica espressa, come sopra, in $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}$. In questa espressione si avrà bensì scienza di proporzione, ma sarà ben lungi dal

pro-

produr ſcienza relativa al preſente ſiſtema. Perchè ſi abbia tal ſcienza, è di neceſſità eſſenziale il doverſi ſapere, che il termine $\frac{1}{3}$ è per ſe armonico; che il termine $\frac{2}{3}$ è in due riſpetti: nel primo è aritmetico, come ſomma di unità: nel ſecondo è armonico, come mezzo armonico della ragion dupla; che il termine $\frac{2}{9}$ è in quattro riſpetti: nel primo è mezzo geometrico della ragion dupla: nel ſecondo è eſtremo armonico della tripla: nel terzo è eſtremo geometrico della ſeſquialtera continua: nel quarto deve cambiarſi in $\frac{1}{4}$. Non baſta. E' forza ſapere la natura particolare delle ragioni coſtituenti ciaſcun ſiſtema; la cagione, e il modo, per cui un genere di quantità ſi cambia in genere diverſo; il determinato confine di ciaſcun ſiſtema particolare; l' ordine, il legame, il riſultato della congiunzione de' ſiſtemi ec. Tutto ciò, e molto di più in tal ſenſo, e aſpetto ſi vedrà nel preſente capitolo, e nel rimanente del Trattatto eſſer ſoſtanzialmente neceſſario alla coſtituzione di quella tal ſcienza di Armonia, che intanto nel titolo del Trattato io chiamo con ragione vera ſcienza, inquanto alla ſua coſtituzione integrale non baſta la ſola ſcienza delle proporzioni. Queſto eſſendo lo ſpirito, e la ſoſtanza del ſiſtema, ſe io ricerco, che per eſempio nella eſpreſſione della proporzione armonica aſtratta $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$, ſi dimoſtrino le tre nature diverſe di quantità, e diſtintamente de' quattro riſpetti del terzo termine $\frac{2}{9}$ ſe ne dimoſtrino due ſoli, l' armonico, e il geometrico come relativi a due ragioni diverſe, e dipendenti da una ſola poſizione, è certo che per tal dimoſtrazione è forza aſſumere in preciſione la mia figura, i miei dati, e la mia identica poſizione, come principio primo. Quando dunque rettamente s' intenda il ſiſtema, non ſolamente la propoſta difficoltà non ha luogo, ma anzi ſi converte neceſſariamente in mia ragione. Che poi formato l' univerſal ſiſtema da' tre dedotti ſiſtemi particolari, armonico, aritmetico, geometrico: ſtabilita ſcienza, e legge di ciaſcun ſiſtema particolare, e dell' univerſale, la immagine di queſta ſcienza, e di queſta legge poſſa eſprimerſi con le frazioni, non vi ha dubbio alcuno. Ecco dunque la legittima ſpiegazione della difficoltà. Conſiderato da una parte il principio aſtratto delle frazioni come ſcienza di proporzione; e dall' altra la diviſione armonica del diametro nella ſettima figura, il traſporto delle ragioni riſpettive al circolo, e nulla più, è certo che in queſto ſenſo il principio aſtratto è l' eſemplare, il circolo è una immagine di queſto eſemplare. In tal ſenſo mi valgo io ſteſſo di queſto principio nel Capitolo primo per enunciare i fenomeni, quali certamente non potrei giudicare armonici, ſe antecedente-

temente non mi fosse noto questo principio astratto. Ma dimostrato il circolo armonico, anzi radice armonica per intrinseca natura, e perciò necessariamente considerato come un principio dimostrativo armonico per se primo nel senso qui sopra esposto, ch' è il legittimo, e a cui si troverà corrispondente a tutto rigore il presente Capitolo, e tutto il Trattato, è altrettanto certo, che il circolo nella settima figura è l' esemplare; qualunque proporzione dedotta dalla suddetta figura, e in qualunque modo espressa è la immagine. Che il circolo rispetto all' armonico sistema sia principio dimostrativo per se primo; che in tal rispetto il principio astratto delle frazioni non sia nè primo, nè astratto, ma abbia nel circolo il suo principio, e le sue radici, lo dimostro, e perciò sia la settima figura. Premetto saperssi comunemente, che da pesi adattati a corda pendola sonora per la serie de' quadrati, 1, 4, 9, ec. si hanno i suoni unisoni, o sia eguali a' suoni di una corda sonora tesa su 'l monocordo, e divisa per le frazioni in $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ec. Fatta unisona la corda tesa al suono del primo peso, il suono dedotto da pesi 4 sarà unisono al suono della corda $\frac{1}{2}$, il dedotto da pesi 9 al suono della corda $\frac{1}{3}$ ec. Non so poi se si sapia, che nel diametro AM dal centro A condotto per circolo B in b, C in c, D in d ec., i suoni dedotti da ciascun peso per serie aritmetica 1, 2, 3, 4 ec. siano eguali a' suoni della serie AM, Ab, Ac, Ad ec. supposte linee sonore. Per formar la dimostrazione basta avvertire da una parte, che la corda AD dedotta da $\frac{1}{4}$ del diametro è eguale a $\frac{1}{2}$ del diametro, la dedotta da $\frac{1}{9}$ del diametro sarebbe eguale a $\frac{1}{3}$ del diametro, la dedotta da $\frac{1}{16}$ del diametro eguale a $\frac{1}{4}$ del diametro ec.; e dall' altra, che il suono del secondo peso è medio proporzionale tra i suoni del primo, e quarto peso, perchè così è il numero 2 tra 1, 4; del terzo peso medio proporzionale tra i suoni del primo, e nono peso, perchè così il numero 3 tra 1, 9 ec. Indi la dimostrazione de' suoni dedotti da' pesi 1, 2, 3, 4 ec. unisoni a' suoni di AM, Ab, Ac, Ad ec. Ciò premesso due cose sono dimostrativamente certe. La prima, che nel solo armonico sistema si trova la unica serie reale includente le due quantità di natura diversa, irrazionale, e razionale, credute fin' ora incompatibili nella stessa serie. La cosa è chiara, perchè i suoni de' numeri quadrati de' pesi sono razionali: de' numeri intermedj 2, 3, irrazionali. Egualmente di AM 1, di Ad $\frac{1}{2}$ razionali: di Ab, Ac irrazionali. Ma e questi, e quelli sono in serie. Dunque ec. La seconda, che queste due serie eguali ne' suoni sono radicali armoniche. Egualmente è chiaro, perchè

Ab

Ab è $\sqrt{}^{\frac{1}{2}}$, Ac $\sqrt{}^{\frac{1}{3}}$, Ad $\sqrt{}^{\frac{1}{4}}$; e i ſuoni riſpettivi ſono eguali a ſuoni di peſi 2, 3, 4; ec. Quanto da ciò ne riſulta, ſi fa evidente. Dunque nell' armonico ſiſtema fiſico, e dimoſtrativo le frazioni eſpreſſe da A $\frac{1}{2}$, A $\frac{1}{3}$, A $\frac{1}{4}$ ec. ſono in prodotto: le linee AM, Ab, Ac ec. ſono in radice. Ma queſte ſono le corde del circolo. Dunque riportando il ſiſtema armonico al circolo null' altro ſi fa, ſe non che riportarlo al ſuo primo principio radicale, in cui ſono rinchiuſe per ſerie le quantità irrazionali, e razionali, e in queſte tutta la infinita ſerie delle frazioni, che nell' armonico ſiſtema dipende realmente da queſto principio: nulla a ciò oſtando, che riſpetto alla pratica muſicale non ſi abbia uſo alcuno delle quantità irrazionali; bensì importando ſommamente che ſi ſappia il principio radicale, e reale del ſiſtema. Tralaſcio poi di avanzar la propoſizione riſpetto a' peſi, in forza de' quali è fiſicamente, e dimoſtrativamente poſſibile la riduzione di una linea retta fiſica elaſtica a linea fiſica circolare per mezzo di corde ſonore con certa legge adattate, e relative alle corde del circolo. Quanto ho detto, credo ſufficiente alla ſpiegazione del ſiſtema, e però torno da capo alla prima conſeguenza.

Se il diametro ſi deve dividere armonicamente; ſe il diametto è capace di eſſer diviſo in infinito dalla progreſſione armonica, e dell' infinito non vi è, nè vi può eſſere ſcienza; dunque è forza dimoſtrare i confini della diviſione, da' quali reſta determinato il periodo, o ſia compimento della diviſione ſuddetta; e in conſeguenza reſta formato, e determinato il ſiſtema armonico Muſicale. Praticamente ſi conviene, che queſto periodo, o compimento ſia nella ſeſtupla 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$; ed il Zarlino ſopra il numero ſenario ha detto coſe belle, e molte, ma nulla concludenti. In ſomma così in pratica ſi conviene, ma vi manca il più, ch' è la dimoſtrazione ſino ad ora ignota. Queſta in qualunque modo ſia aſſegnabile, è certo, che dev' eſſer intrinſecamente dedotta dal principio fondamentale del ſiſtema. Principio fondamentale del ſiſtema fiſico armonico è la dupla *a priori*. Dunque dalla dupla, come principio fondamentale ſi deve dedurre la ſuddetta dimoſtrazione. Di fatto è impoſſibile dedurla da altro principio, ed io ſinceramente le confeſſo averlo inutilmente tentato per più anni: prova eſtrinſeca bensì, ma nello ſteſſo tempo evidente della verità, e coerenza del preſente ſiſtema. E però credo con ragione, che ſino ad ora ſiaſi ignorata la dimoſtrazione per queſto appunto, che non eſſendovi ſe non un ſolo modo di aſſegnarla, e il modo dipendendo dalla cognizione intiera del ſiſtema, ignoto il ſiſtema, di neceſſità doveva rimanere ignoto il modo, e in conſeguenza la dimoſtrazione. Sia dunque la ſeguente propoſizione, in cui oltre ciò, che ſi propone a dimoſtrare, cade il luogo opportuno alla dimoſtrativa, e fiſica indicazione del principio del terzo ſuono.

Pro-

Proposizione Quinta. Figura VI.

IL diametro A M sia diviso armonicamente sino ad $\frac{1}{6}$. Sarà formata la sestupla armonica in $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. Siano seni del circolo $\frac{1}{2}$ B, $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$ E, $\frac{1}{6}$ F. Siano seni protratti $\frac{1}{2}$ b, $\frac{1}{3}$ c, $\frac{1}{4}$ d, $\frac{1}{5}$ e, $\frac{1}{6}$ f. Saranno corde rispettive del circolo A B, A C, A D, A E, A F; saranno ipotenuse de' triangoli rispettivi dedotti dal quadrato, A b, A c, A d, Ae, A f. In primo luogo siano ridotti i quadrati rispettivi de' seni, e seni protratti (dimostrati mezzi armonici, e aritmetici rispettivi) a categoria comune di numero, e di serie.

Supposto il diametro A M 120, sarà la seguente posizione in categoria comune di numero, e di serie

Quadrati degli estremi		Quadrati de' mezzi armonici		Quadrati de' mezzi aritmetici		Quadrati degli estremi estremi eguali alla serie
2400	C $\frac{1}{3}$	3200		3600	$\frac{1}{3}$ c	4800 1 a 2
1800	D $\frac{1}{4}$	2700	Seni	3600	ec.	5400 1 a 3
1440	E $\frac{1}{5}$	2304		3600		5760 1 a 4
1200	F $\frac{1}{6}$	2000		3600		6000 1 a 5

Si suppone dimostrato A B (sono rudimenti primi geometrici) mezzo proporzionale tra il diametro A M, e il semidiametro A $\frac{1}{2}$; e in conseguenza la somma de' quadrati degli estremi $\begin{matrix} 4800 & 5400 \\ 2400 & 1800 \\ \hline 7200 & 7200 \end{matrix}$ ec. sempre eguale al quadrato di A B 7200 per gli triangoli rettangoli compositi ne' due lati dalle radici de' quadrati degli estremi, e nella ipotenusa da A b sempre costante, e comune di tutti i triangoli.

R. di 2400 lato; R. di 4800 lato; ipotenusa comune A B. $\sqrt{}$ di 1800 lato; $\sqrt{}$ di 5400 lato; ipotenusa comune A B ec.

Si offervi, e si noti, che il principio *a priori* della sopra esposta serie è la progressione armonica, e le differenze sommate.

Progressione armonica 60 30 20 15 12 10

differenze 30 10 5 3 2

Eccettuata la dupla 60, 30, come principio *a priori*, da cui fisicamente non

non si ha, nè si può aver terzo suono, resta (come già si è detto altrove) principio fisico attuale, concreto del terzo suono la ragione sesquialtera 30, 20. Ma nelle differenze il principio concreto è il primo termine 30, a cui sommato il secondo termine 10, sarà 40, a cui sommato il terzo termine 5, sarà 45, a cui sommato il quarto termine 3, sarà 48, a cui sommato il quinto termine 2, sarà 50. Sarà dunque la serie della progressione armonica (escluso il primo termine 60) alla serie delle differenze sommate, come la moltiplice 1 a 1, 1 a 2, 1 a 3, ec.

Perchè così				come		
30	a	30		1	a	1
20	a	40		1	a	2
15	a	45		1	a	3
12	a	48		1	a	4
10	a	50		1	a	5

e però come de' triangoli sopraddetti è ipotenusa comune AB $\sqrt{}$ di 7200; così de' triangoli dedotti da questa serie 20,40; 15,45, ec. sarà ipotenusa comune la radice di 60, ch' è la somma di $\frac{20}{60}$ $\frac{15}{60}$ ec.

Indi ne verrà, che duplicata la serie 20,40; 15,45, ec. in 40,80; 30,90; 24,96; 20,100; moltiplicata per 60 nel modo seguente

			eguale				eguale
40	60		2400.	80	60		4800.
30	60		1800.	90	60		5400.
24	per 60		1440.	96	per 60		5760.
20	60		1200.	100	60		6000.

Dunque essendo eguale la serie delle ragioni 2400,4800; 1800,5400, ec. alla serie dedotta dalla progressione armonica, e dalle differenze sommate 20,40; 15,45, ec., e in conseguenza eguali le due ipotenuse rispettive, cioè $\sqrt{}$ 7200, e $\sqrt{}$ 60, resta dimostrata in AB la linea, sopra cui è fondata la progressione moltiplice de' seni protratti, come mezzi degli estremi formanti la suddetta progressione. Di più resta dimostrato AB come ipotenusa comune de' triangoli composti ne' loro lati dalla serie armonica, e dalla serie delle differenze armoniche sommate. Già si sa comunemente esser queste affezioni, e proprietà inseparabili dalla divisione armonica del diametro; e in ciò nulla di nuovo. Ma sarà nuovo il progresso, e la conclusione. Perchè dato da una parte nel circolo qualunque seno (purchè razionale, e non in dupla col diametro) e a ragguaglio il seno protratto, la ragione includente i due mezzi formati da' due quadrati del seno, e del seno protratto si trova costante in infinito nel quadrato di AB, egualmente ipotenusa costante in infinito de' triangoli dedotti dalla stessa ragione includente i due mezzi; e in tanto ciò succede, in quanto AB è R. $\frac{1}{2}$, e in quanto la ragione risultante

da

da' due mezzi risulta *a priori* dalla progressione armonica, e dalle differenze armoniche sommate. Dati dall' altra parte due suoni (qualunque ad arbitrio purchè razionali, e non in dupla) si trova terzo suono costante in infinito il termine $\frac{1}{2}$, di cui è radice AB; e come il quadrato di AB è un risultato de' quadrati de' due lati formanti il triangolo rispettivo, così il terzo suono è un risultato fisico sonoro de' due dati suoni; e come tutto ciò succede in AB in forza della progressione armonica, così tutto ciò succede nel terzo suono $\frac{1}{2}$ in forza della progressione armonica. Dunque il principio è comune, qualunque sia il modo fisico del terzo suono. Ma tutte le affezioni, e proprietà suddette risultano dimostrativamente in AB in forza della figura Circolare. Così nel terzo suono risultano fisicamente le stesse affezioni, e proprietà in forza della figura sferica inseparabile dal rispettivo volume d' aria mosso dalla corda sonora; e la sfera in solido è un circolo in piano. Dunque si conferma lo stesso principio, e la stessa cagione comune in solido, e in piano: qualunque sia in solido il modo fisico dell' effetto. Voglio dire, che nulla importando il modo fisico, con cui si produce questo terzo suono; ma solamente importando, che la cagione delle affezioni suddette in solido, e in piano sia la stessa, cioè la radice dell' armonica progressione; però concludo di avere scoperta, e stabilita in $\frac{1}{2}$ la identità della radice armonica in solido, e in piano: essendo assurdo, che della stessa identica progressione possano darsi due radici diverse, se ben sia diversa la categoria. Sia questo a buon conto il guadagno di tal conclusione (che non è poco) fatto nel progresso istituito principalmente per assegnare la dimostrazione del sistema fisico armonico, come determinato nella sua estensione integrale alla sestupla. A questa dimostrazione si vada ora incontro su la stessa figura VI, e con lo stesso progresso.

Proposizione Sesta. Figura VI.

IN secondo luogo da' seni $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C, $\frac{1}{2}$ D, ec. dedotte le corde AB, AC, AD, ec., e da' seni protratti $\frac{1}{2}$ b, $\frac{1}{2}$ c, $\frac{1}{2}$ d, ec. dedotte le ipotenuse Ab, Ac, Ad, ec., siano dedotti rispettivamente i quadrati delle corde, e ipotenuse, e siano ridotti a categoria comune di quantità. Supposto il diametro AM 120, come sopra, saranno i quadrati delle

cor-

corde AB 7200. delle ipotenuse Ab 7200.
AC 4800. Ac 5200.
AD 3600. Ad 4500.
AE 2880. Ae 4176.
AF 2400. Af 4000.

Eccettuati i due quadrati di AB 7200, di Ab 7200, com' eguali, si trova, che i due quadrati di AC 4800, di Ac 5200 sono come 12 a 13. Dunque duplicati in 24, 26, sono come il mezzo armonico 24, il mezzo contrarmonico 26 della sesquialtera geometrica discreta
arm. contrarm.
20, 24, 25, 26, 30. I due quadrati di AD 3600, Ad 4500, come 4 a 5. Dunque duplicati in 8, 10, come il mezzo armonico 8, il
I I
contrarmonico 10 della dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 10, 12. I due quadrati di AE 2880, Ae 4176, come 20 a 29. Dunque duplicati in 40, 58, come il mezzo armonico 40, contrarmonico 58 della ragione
I I
2, 5, ridotta a proporzione geometrica discreta in 28, 40, 49, 58, 70. Finalmente i due quadrati di AF 2400, Af 4000, come 3 a 5. Dunque senza duplicarli sono eguali al mezzo armonico 3, contrarmonico 5
I I
della tripla geometrica discreta 2, 3, 4, 5, 6. Aggiunti dunque gli estremi rispettivi a' sudetti quadrati, come mezzi, saranno

estremi	mezzi armonici	contrarmonici	estremi	ragioni degli estremi
4000	AC 4800	Ac 5200	6000	2 a 3
2700	AD 3600	Ad 4500	5400	2 a 4
			come	
2016	AE 2880	Ae 4176	5040	2 a 5
1600	AF 2400	Af 4000	4800	2 a 6

Dunque relativamente a' quadrati delle corde, che appartengono al circolo, e a' quadrati delle ipotenuse, che appartengono al quadrato, si trova il quadrato circoscritto di natura contrarmonica; si conferma il circolo iscritto di natura armonica. E ciò in genere. In specie poi gli estremi di questa posizione non convengono, nè possono convenire nella somma, perchè il calcolo è ridotto al mezzo contrarmonico. Ma ciò nulla ostando all' intento, sia la somma degli estremi

4000	2700	2016	1600
6000	5400	5040	4800
10000	8100	7056	6400

La indicazione dimostrativa del principio composto di questa progressione formata dalle somme è AB, Ab, i di cui quadrati formano la
7200
somma di 7200. Perchè le somme risultate hanno tutte radice quadra-
14400
ta; cioè 100 di 1000; 90 di 8100; 84 di 7056; 80 di 6400. Ma

egualmente la ſomma 14400 ha radice quadrata, ch' è 120. Dunque la indicazione dimoſtrativa del principio compoſto di queſta progreſſione è in A B, A b, come quadrati. Ma il diametro A M è 120. Dunque il principio radicale della progreſſione radicale 100, 90, 84, 80 (tutte radici quadrate) è nel diametro A M, come 120. Dunque dal diametro A M ſottratta la ragione ſeſquiquinta, ch' è tra 120, 100, la linea retta, che rimane 100, ſarà ipotenuſa del triangolo rettangolo continente ne' ſuoi due lati le radici della ragione 4000, 6000. Dal diametro A M ſottratta la ragione ſeſquiterza, ch' è tra 120, 90, la linea, che rimane 90, ſarà ipotenuſa del triangolo continente ne' ſuoi due lati le radici della ragione 2700, 5400. Dal diametro A M ſottratta la ragione ſuper 3 parz. 7 ch' è tra 120, 84, la linea, che rimane 84, ſarà ipotenuſa del triangolo continente ne' ſuoi due lati le radici della ragione 2016, 5040. Finalmente dal diametro A M ſottratta la ragione ſeſquialtera, ch' è tra 120, 80, la linea, che rimane 80, ſarà ipotenuſa del triangolo continente ne' ſuoi due lati le radici della ragione 1600, 4800. Dunque nel diametro A M diminuito per la ſerie delle ſuddette ragioni reſta dimoſtrata la linea, ſopra cui è fondata la ſeconda poſizione dedotta da' mezzi armonici, e contrarmonici nella ſteſſa categoria di quantità.

Ora ſi vuol vedere coſa ſignifichi, e dimoſtri la ſerie radicale 120, 100, 90, 84, 80. La ſignificazione, e dimoſtrazione è patente. Queſta ſerie è dedotta dal diametro diviſo nella ſeſtupla armonica $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$; non più, che ſarebbe ſino a $\frac{1}{7}$; non meno, che ſarebbe ſino a $\frac{1}{5}$; e il diametro per neceſſità dimoſtrativa del calcolo è 120. In conſeguenza 60 il ſemidiametro. Si riducano queſti due termini in preciſione, 120, 60, a proporzione geometrica diſcreta, in cui ſiano aſſegnati tutti affatto i mezzi contrarmonico, aritmetico, geometrico (riſpettivo al preſente ſiſtema) e armonico. Altri non vi ſono nè poſſono eſſervi di prima poſizione, e ſemplicità. Sarà dunque, 120, 100, 90, 84, 80, 60. (contrar. aritm. geom. arm.) dupla geometrica diſcreta con tutti affatto i ſuoi mezzi. Dunque la ſerie radicale 120, 100, 90, 84, 80, è identica alla dupla geometrica diſcreta dedotta dallo ſteſſo termine 120. Ma la dupla è già dimoſtrata principio univerſale del ſiſtema armonico. I mezzi contrarmonico 100, aritmetico 90, geometrico 84, armonico 80, ſono i centri riſpettivi della dupla; e nell' aſſegnazione di tutti i mezzi, come centri, reſta intieramente, e intrinſecamente conſumata la ragion dupla a ragguaglio del diametro diviſo ſino alla ſeſtupla armonica, coſicchè come al diametro 120 primo termine corriſponde 14400 prima ſomma, così al mezzo armonico 80 ultimo mezzo corriſponde 6400 ultima ſomma delle ragioni dedotte dalla ſeſtupla armonica. Dunque nella ſeſtupla re-

reſta dimoſtrato il periodo, o compimento della eſtenſione integrale del ſiſtema fiſico armonico: non più, nè meno; perchè a ragguaglio è conſumata integralmente, e intrinſecamente la ragion dupla, che in genere è il principio univerſale del ſiſtema armonico; e in ſpecie, e preciſione è radice quadrata della ſerie dedotta dalla ſeſtupla armonica, e conſumata nella ſeſtupla armonica. Indi ne' viene, che proſeguendo la diviſione del diametro in $\frac{1}{7}$, che immediatamente ſuccede a $\frac{1}{6}$, e deducendo a ragguaglio la radice quadrata, il termine dedotto diſtrugge immediatamente il ſiſtema conſonante, e lo converte nel ſiſtema geometrico continuo, che come ſi vedrà in queſto Capitolo, è il ſiſtema delle diſſonanze, che vuol dire l' oppoſto al ſiſtema conſonante. Ecco la dimoſtrazione. Moltiplicando per 7 i termini 120, 100, 90, 84, 80, ſaranno 840, 700, 630, 588, 560, ſarà 540 il dedotto da $\frac{1}{7}$, e l' aggiunto alla ſerie delle radici quadrate. Di tutta la ſerie eſſendo 840 il fondamento e come diametro, e come termine principale della ragion dupla, che corriſponde in armonia al Baſſo fondamentale, è certo che congiunto 840 a 700, ſi forma la ſeſquiquinta, e ſi determina la dupla 840, 420, a ſiſtema aritmetico conſonante aggiungendo il termine 560. Congiunto 840 a 630, ſi forma la ſeſquiterza, e ſi determina la dupla 840, 420, a ſiſtema aritmetico conſonante. Congiunto 840 a 588, ſi forma la ſuper 3 parz. 7, e ſi determina la dupla a ſiſtema geometrico conſonante; s' intenda ſempre il geometrico del preſente ſiſtema, non mai il geometrico continuo. Congiunto 840 a 560, ſi forma la ſeſquialtera, e ſi determina la dupla a ſiſtema armonico conſonante. Ma congiunto 840 a 540 ſi forma una ragione geometrica continua compoſta di due ſeſquiquarte, o ſiano in pratica due terze maggiori, perchè comparando la forma geometrica 16, 25, alla riſultata 840, 540, che in numeri primi è 14, 9, la differenza è $\frac{225}{224}$, o ſia di $\frac{1}{350}$, e però talmente minima riſpetto all' armonico ſiſtema, ch' è innegabile il riſultato di due terze maggiori continue. Dunque preſupponendo ciò, che ſarà dimoſtrato nel preſente Capitolo, ed è, che dalla geometrica proporzione continua, come da principio primo, proceda il ſiſtema diſſonante, reſta dimoſtrato che il termine aggiunto 540 diſtrugge i due ſiſtemi conſonanti, armonico, aritmetico, e li converte nel ſiſtema diſſonante, ch' è il ſuo contrario. Dunque il compimento del ſiſtema conſonante è nel termine 560. Dunque è nella ſeſtupla relativamente a quattro mezzi della dupla in genere, e al mezzo armonico in ſpecie, e preciſione. Dopo il fondamento dell' aſſegnata dimoſtrazione può ſervire d' indicazione dimoſtrativa di quanto ſi è ſtabilito il quadrato iſcritto al circolo. Si troverà, che il ſeno dedotto da $\frac{1}{6}$ è incluſo nel quadrato

iſcritto. Se ſi vuol dedurre da $\frac{1}{7}$ proſeguendo la diviſione dalla ſeſtupla alla ſettupla, ſarà eſcluſo dal quadrato iſcritto. Ma l' iſcritto al circoſcritto è in ragion dupla. Dunque riſpetto alle due ſuddette figure la ſeſtupla armonica è incluſa nella dupla; la ſettupla armonica eſcluſa. Servirà egualmente d' indicazione fiſicamente dimoſtrativa dello ſteſſo la corda di tre ſuoni, $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$. Se $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$, ſono mezzi armonici (e lo ſono), ſuppongono per neceſſità la ſeſtupla: non potendo $\frac{1}{5}$ eſſer mezzo armonico, ſe non ſuppoſto $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}$.

Se dunque la eſtenſione integrale del ſiſtema armonico è determinata dalla ſeſtupla armonica, ſi dovrà contenere tutto il ſiſtema muſicale dentro la ſeſtupla ſteſſa. Così rigoroſamente ſi è fin' ora proceduto, così deveſi procedere fino al fine. Sia dunque la figura ſettima, a cui ſia congiunta la figura muſicale.

Figura VII. Congiunta con gli eſempi muſicali, 1, 2, 3, 4.

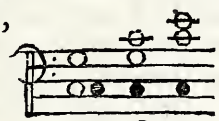
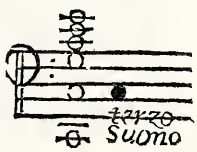
IN queſta figura ſi eſpone primieramente la ſeſtupla armonica nel diametro AM diviſo per le frazioni in $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$: in numero AM 60, A $\frac{1}{2}$ 30, A $\frac{1}{3}$ 20, A $\frac{1}{4}$ 15, A $\frac{1}{5}$ 12, A $\frac{1}{6}$ 10. Dunque ſuppoſto il diametro AM come una linea ſonora, i ſuoni relativi ſaranno identici a' ſuoni eſpoſti nell' eſempio muſicale I.

Secondariamente ſi eſpongono in categoria comune di quantità le ragioni formate da' quadrati del diametro AM, e delle corde AB, AC, AD, AE, AF. Egualmente ſi eſpongono le ragioni formate da' quadrati de' complementi MB, MC, MD, ME, MF; e le ragioni formate da' quadrati de' ſeni $\frac{1}{2}$B, $\frac{1}{3}$C, $\frac{1}{4}$D, $\frac{1}{5}$E, $\frac{1}{6}$F. Sono i ſeguenti.

Quadrati di AM diametro, e delle corde		Quadrati de' complementi		Quadrati de' ſeni	
AM	3600				
AB	1800	MB	1800	$\frac{1}{2}$ B	900
AC	1200	MC	2400	$\frac{1}{3}$ C	800
AD	900	MD	2700	$\frac{1}{4}$ D	675
AE	720	ME	2880	$\frac{1}{5}$ E	576
AF	600	MF	3000	$\frac{1}{6}$ F	500

Alle

Alle ragioni formate da' quadrati del diametro, e corde ſono eguali le ragioni dell' eſempio muſicale 2. (ſeſtupla armonica, come ſopra). Alle ragioni formate da' quadrati de' complementi ſono eguali le ragioni dell' eſempio muſicale 3. Alle ragioni formate da' quadrati de' ſeni ſono eguali le ragioni formate dall' eſempio muſicale 4. Come tutti i riſpettivi quadrati ſono in categoria comune di quantità, così gli eſempi muſicali corriſpondenti ſono a tutto rigore in categoria comune di note muſicali; e però ſuppoſto Cſolfaut nota graviſſima di tutti gli eſempi 3600, tutte le altre note corriſpondono identicamente a' numeri qui ſopraſſegnati a ragguaglio dell' eſempio.

Ora deve eſaminarſi queſto eſemplare in ciaſcuno degli eſempi particolari. Il primo, e il ſecondo eſempio è identico; e ſe ben null' altro contenga ſe non la ſeſtupla armonica come eſtenſione integrale del ſiſtema, ciò non oſtante molto vi è da eſaminare, e ſtabilire in forza delle proprietà, e conſeguenze di tal poſizione. La proprietà fiſica univerſale è il terzo ſuono inſeparabile dal ſiſtema, di cui è radice armonica. Sarà dunque Cſolfaut 1800, ottava di Cſolfaut graviſſimo 3600, il terzo ſuono (in radice $\frac{1}{2}$) che riſulterà dalle note muſicali ſuddette inteſe non ſolo a due a due ſucceſſivamente,  ma tutte preſe inſieme; 

e non ſolo preſe tutte inſieme nell' ordine dimoſtrativo della progreſſione armonica, coſicchè i termini componenti la ſeſtupla armonica $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$, debbano eſſer eſpoſti tutti integralmente, e con l'ordine rigoroſo della progreſſione armonica; ma preſe ancora *lato modo*, o ſi eſpongano tutti i termini della ſeſtupla integralmente, o qualunque parte ad arbitrio; o ſi eſpongano con l' ordine rigoroſo della progreſſione, o con ordine diverſo, purchè il tutto ſi contenga nella ſeſtupla armonica. La ragione è evidente, perch' è fiſica. Se il terzo ſuono coſtante in $\frac{1}{2}$ è la radice fiſico-armonica, e il terzo ſuono $\frac{1}{2}$ ſi ha egualmente dal tutto, e dalle parti della ſeſtupla armonica in qualunque modo diſpoſte, ſi dovrà per forza fiſica intender il ſiſtema muſicale nel modo eſpoſto. Sarà vero bensì, che dalla ſeſtupla integrale armonicamente diſpoſta ſi avrà in riſultato muſicale l' ottimo effetto; e da qualunque parte diſpoſta in proporzione armonica ſi avrà effetto migliore, che dalla ſteſſa parte diſpoſta in modo diverſo. Anzi ſarà il primo Canone pratico muſicale; *che le parti cantanti, e ſuonanti ſi diſpongano piucchè ſia poſſibile in armonica proporzione tra loro.*

Tut-

Tutto ciò è vero per la ragione, che tale è la natura del sistema armonico nel suo principio costitutivo, qual principio tanto è più perfetto, quanto è più semplice, perch' è principio di unità, e questa unità integralmente è costituita dalla sestupla, intrinsecamente dall' armonica proporzione. Ma come qualunque parte della sestupla, e in qualunque modo disposta è non solamente parte integrale di tal unità, ma di più nel terzo suono ha la stessa radice fisico-armonica, che ha tal unità, ch' è il suo tutto; così deve stabilirsi, che nel modo suddetto si abbia a intendere il musicale sistema.

Da questa legge stabilita nasce per corollario il secondo Canone pratico musicale, che pare opposto alla legge. Ma non è vero, che anzi la conferma. Il Canone è questo. *Che nelle parti integrali della sestupla armonica*, $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$, *non si pongano insieme questi tre termini*, $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, *benchè contenuti nella sestupla*. La ragione ancor qui è evidente, perchè fisica. Se il terzo suono è la radice fisica del sistema armonico, è fisicamente impossibile, che questi tre termini $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, possano convenire al sistema armonico, perchè sono due duple. La dupla, come principio primo potenziale, non ha, nè può avere radice fisica, e però non produce, nè può produrre terzo suono. Dunque nelle due duple suddette non vi è, nè può esservi se non il principio potenziale dell' armonia; non mai l' armonia attuale, e determinata. Saranno dunque possibili in tre termini le combinazioni $\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ ec., perchè da tutte si avrà l' armonia determinata. Sarà ripugnante la combinazione di $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, perchè da questa non si ha se non il principio dell' armonia. Si aggiunga che dalla proporzione geometrica continua procedono *a priori* le dissonanze, come si vedrà tra poco; e i tre termini suddetti sono in proporzione geometrica continua. Dunque se ben sia impossibil cosa, che la ragion dupla dell' armonico sistema in qualunque modo possa diventar dissonanza attuale, nondimeno è chiara la disconvenienza, quando si disponga nella stessa proporzione, da cui procedono le dissonanze attuali.

Dalle cose fin' ora stabilite nascono molte ricerche relative alla idea pratica del sistema musicale. La prima ricerca nasce dal modo, con cui qui s' intende la sestupla, definita estensione integrale del sistema armonico. E' certo, che praticamente, e nelle composizioni musicali, e nella fisica estensione della musica vocale, e molto più della musica istrumentale si trascende di molto la sestupla rispetto a' confini di grave, e acuto. Perchè la musica istrumentale (rispetto gli strumenti di uso comune) abbraccia cinque ottave almeno; la musica vocale (nello stato naturale delle voci umane di uomo, e donna) appresso a poco quattro ottave. E però, praticamente i confini di grave, e acuto eccedono di molto la sestupla, che nel-

nella sua estensione integrale non contiene se non due ottave, e una quinta. Tutto ciò è vero, ma non osta al sistema. Il di più della sestupla stabilita, che praticamente si usa rispetto al grave, e molto più rispetto all' acuto, null' altro è sostanzialmente se non i termini della sestupla replicati per dupla, o sia ottava in grave, e in acuto. Per esempio l' ultimo termine della sestupla in acuto è $\overset{1}{6}$, ch' è Gsolreut ultima nota del primo, e secondo esempio musicale. Praticamente o in voce, o in suono si sentirà $\overset{1}{12}$, cioè la ottava acuta dello stesso Gsolreut. Sostanzialmente è $\overset{1}{6}$, di cui è dupla $\overset{1}{12}$; e così tutto a ragguaglio. Ma sarà fisicamente, e dimostrativamente impossibile poter aggiungere al sistema sestuplo o in grave, o in acuto un termine qualunque, che non sia dedotto per dupla da un termine integrante la sestupla. Da ciò nasce il terzo Canone musicale; ed è, *che la sestupla armonica estensione integrale del sistema, si può dilatare in grave, e in acuto moltiplicando per dupla i termini integranti la sestupla.*

La seconda ricerca nasce dal modo, in cui deve concepirsi il presente sistema; cioè un tutto concepito come unità integrale, e come unità prima, in cui non le parti compongono il tutto, ma questo si divide nelle sue parti. Nè meglio può intendersi rispettivamente al sistema (si rileverà ad evidenza dentro questo Capitolo) che riflettendo sempre alla corda sonora tesa sul Monocordo, dalla di cui percussione si hanno i tre suoni 1, $\overset{1}{3}$, $\overset{1}{5}$. Questa corda, ch' è il tutto, e la unità prima integrale, si divide armonicamente da per se nelle sue parti $\overset{1}{3}$, $\overset{1}{5}$, che sono i due suoni di consenso oltre il suono gravissimo della corda intiera. E' certo, che sinora non si è concepito in tal modo il sistema pratico musicale, anzi si è concepito al contrario. Perchè si sono primieramente stabiliti gl' intervalli del sistema, cioè la ottava, la quinta, le due terze, maggiore, e minore, e le due seste, maggiore, e minore. Ommetto la quarta, perchè veramente sopra questo intervallo vi è stata sempre varietà d' opinioni; chi l' ha voluto consonanza, chi dissonanza, ma di ciò a suo luogo. Questi intervalli si sono chiamati consonanze, ciascuno da se; cioè la ottava (ch' è la dupla) consonanza perfetta; La quinta (ch' è la sesquialtera) consonanza perfetta; Le due terze maggiore, e minore, le due seste maggiore, e minore (che sono la sesquiquarta, la sesquiquinta, la super 2 parz. 3, la super 3 parz. 5) ciascuna da se consonanza imperfetta. E si sono chiamate, anzi definite consonanze, perchè l' accordo, che vi è in ciascuna tra i due estremi grave, e acuto costituenti l' intervallo, produce un effetto grato all' udito. Secondariamente poi da queste consonanze

ze si è composto per somma il tutto, ch' è la sestupla, in cui (come si è detto sopra) si conviene col presente sistema. Così praticamente si è inteso, e s' intende ancora in genere il sistema musicale. Dico in genere per distinguer dagli altri chiunque lo intende presentemente in modo diverso; ed ella ben sa, qual uomo, e quanto distinto dagli altri in questo particolare abbiamo qui in Padova nella persona del P. Vallotti nostro Maestro di Cappella. E' dunque evidente la diversità, anzi opposizione di concetto. Ma stanti le cose fin qui dimostrate, e stabilite è altrettanto evidente qual sia il concetto falso, quale il vero; e in conseguenza da qual parte vi sia il bisogno di emenda, e correzione. Per altro è cosa strana, che dopo la scoperta del fenomeno della corda di tre suoni $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ (non mai replicato abbastanza); scoperta di molti anni; scoperta di notizia universale; scoperta, in cui il fisico linguaggio è chiaro talmente, ch' è impossibile non intenderlo, un errore di tal fatta non sia universalmente emendato. Sia dunque emendato almeno tra noi fisicamente, e dimostrativamente convinti. E però s' intenda per sempre il sistema armonico musicale come prima unità in genere, e come un tutto determinato dalla sestupla, ch' è la sua integrale estensione; le di cui parti integranti sono $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$, quali parti congiunte col tutto, e tra loro, formano per serie gl' intervalli $1, \frac{1}{2}$, ch' è la ragion dupla, o sia ottava; $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, ch' è la sesquialtera, o sia quinta; $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, ch' è la sesquiterza, o sia quarta; $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, ch' è la sesquiquarta, o sia terza maggiore; $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}$, ch' è la sesquiquinta, o sia terza minore.

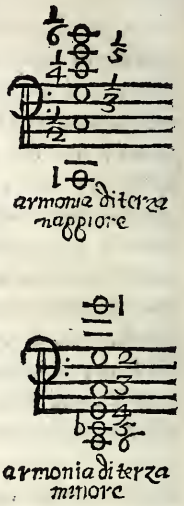
Se si ricerca di qual natura siano questi intervalli, si risponde, che sono della natura del tutto, di cui sono parti integranti. Se si ricerca di qual natura sia il tutto, si risponde, ch' è di natura armonica, cioè natura di unità; e però identica alla natura non mai ben concepita, perchè non mai ben intesa di perfettissima consonanza. Acciò poi sia ben intesa, basta rifletter di nuovo (dopo le cose spiegate, e stabilite) a' fenomeni fisicoarmonici descritti nel Capitolo primo. Così s' intenderà esser identica la natura consonante musicale alla natura armonica determinata dal dimostrato sestuplo confine. E qui verrebbe opportuna una curiosissima, e significantissima dimostrazione, che consiste nel provar dimostrativamente, che siccome la progressione armonica dentro il circolo arriva alla sestupla, oltre di cui non vi è progressione; così la regressione armonica verso il principio primo dentro lo stesso circolo arriva alla sestupla, oltre di cui non vi è regressione. E però dalla sestupla si trova confinato, e determinato il circolo

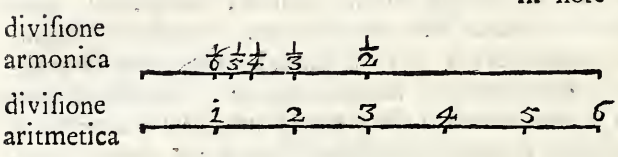
in

in tal modo, che il circolo forma circolo in se stesso, e torna da capo. Ma non torna conto il divagar troppo, e basta al bisogno quanto si è già dimostrato per corregger la idea delle consonanze concepite fin' ora (come si è detto sopra) ciascuna da se, come elemento primo, e indipendente dall' altro; e tutte assieme componenti la sestupla per somma. Tanto è falsa questa idea, quanto che vedremo tra poco, che qualunque intervallo, o sia la stessa dupla sebben principio potenziale, o sia la sesquialtera sebben principio attuale del sistema, quando si consideri per se, e come indipendente dal sistema sestuplo armonico, può esser egualmente consonanza, e dissonanza musicale. E' chiaro, perchè la dupla, appunto come principio *a priori*, nel suo centro formato da' mezzi contrarmonico, aritmetico, geometrico, armonico (dimostrato nella sesta proposizione) contiene le radici quadrate della sestupla estensione. E però è dimostrativamente impossibile la separazione di questi due concetti, dupla integrale (cioè dupla geometrica discreta con tutti i suoi mezzi), e sestupla integrale (cioè sistema sestuplo armonico) perchè realmente formano circolo tra loro. Quando dunque si voglia considerare la dupla da se, e indipendente dal sestuplo sistema, è certo, che tal dupla non è quella del presente sistema, e però non è, nè può esser principio primo. Se non è la dupla del sistema, può esser egualmente consonanza, e principio di dissonanza musicale nel senso sopra esposto di $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$: a ragguaglio, e molto più tutti gli altri intervalli sopraccennati. Da questo primo errore è nato necessariamente il secondo, ed è, che nella pratica musicale comune s' intende, che qualunque consonanza sia costituita da due soli termini, grave, e acuto, e nulla più. L' errore è patente. Non vi è, nè vi può esser consonanza, se non vi sia proporzione armonica. Non vi è, nè vi può esser proporzione armonica, se non vi siano tre termini, il mezzo, e i due estremi. E nel dimostrato presente sistema non vi può esser proporzione armonica, se non relativa alla integrale sestupla estensione. E' dunque notabile la differenza del modo d' intender le consonanze musicali, perchè vi è la differenza da due termini a sei. Altro è, che due termini (qualunque) del sestuplo sistema s' intendano consonanti, perchè sono parti integranti del sistema: altro è, che due dati termini per se, e senz' alcuna relazione s' intendano formanti una consonanza. Il primo concetto è vero, il secondo falso; ed è un corollario di quanto si è dimostrato, e stabilito. Da questo corollario nasce il quarto Canone musicale, ed è, *che gl' intervalli di ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore, come parti integranti del sestuplo armonico sistema, ch' è la perfettissima consonanza integrale, sono tutti consonanti, perchè sono della natura del suo tutto, o sia della sua unità integrale, ch' è la sestupla armonica.*

La terza ricerca nasce dalla musica universalmente praticata. La nostra musica pratica abbraccia due generi diversi di armonia: quello, che si chia-

ma di terza maggiore, e nasce dalla divisione armonica della corda sonora in parti ineguali $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$; E quello, che si chiama di terza minore, e nasce dalla divisione aritmetica della stessa corda in parti eguali 1, 2, 3, 4, 5, 6.



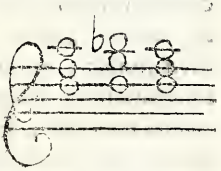


E' certo, che tutto il fin' ora stabilito appartiene unicamente al genere di armonia di terza maggiore, che vuol dire alla divisione armonica; in niun modo al genere di armonia di terza minore, che vuol dire alla divisione aritmetica. E benchè si confessi, che l' armonia di terza minore, come dedotta dalla divisione aritmetica, sia quasi presa in prestito dalla scienza Aritmetica; e si confessi, che il sistema armonico (ch' è l' armonia di terza maggiore) sia per natura l' unico, e per eccellenza il primo, nulladimeno vi è il debito in chi si propone di formare un sistema universale di abbracciare i due generi diversi del sistema, e ridurli ad un genere solo, che sia l' universale. Altrimenti nello stesso sistema vi saranno due principj diversi, il che è assurdo, e si oppone alla vera idea di sistema.

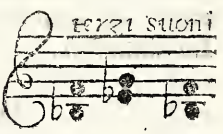
La ricerca è non solo ragionevole, ma necessaria. Perchè di fatto la nostra musica è fondata egualmente sopra i due suddetti generi d' armonia; e di fatto nulla fin qui si è detto del genere di armonia di terza minore. Intanto da questa ricerca si prenda quello si può. Si conviene tra noi, che tanto il genere di armonia di terza maggiore, quanto il genere di armonia di terza minore si estenda fino alla sestupla, e nulla più. Convengo con la musica pratica in questa proposizione, perchè in breve la proposizione sarà dimostrata. Si confessa, che il sistema armonico (ch' è il genere di armonia di terza maggiore) sia per natura l' unico, per eccellenza, e perfezione il primo; e il sistema aritmetico

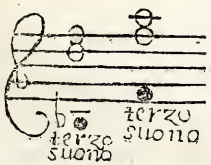
tico (ch' è il genere di armonia di terza minore) sia straniero, e accidentale riguardo alla musica, come mendicato da una scienza diversa, ch' è l' Aritmetica; e tanto per se, quanto comparato all' armonico sia imperfetto, e mancante. Questo fin' ora è stato il sentimento comune, a cui nulla affatto aggiungo del mio.

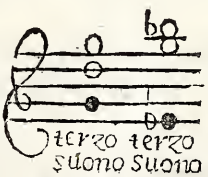
Delle due parti di questa proposizione accordo assolutamente la prima, che il genere di armonia di terza maggiore sia per natura l' unico, e il perfettissimo, perchè questo è il voluto principalmente dalla natura, che così si spiega e nella corda di tre suoni $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$: armonia di terza maggiore; e nel pedale degli Organi, dove molti suoni tra loro diversi, perchè armonicamente disposti (e però armonia di terza maggiore) formano un solo suono; e principalmente nel terzo suono, quale dimostrativamente è l' unico, e vero Basso, o sia fondamento delle date parti armonicamente disposte; e però sempre Basso, e fondamento di armonia di terza maggiore. Questa proposizione in riguardo al terzo suono è talmente, e sì strettamente vera, che se fosse possibile la invenzione di quel tale strumento, che o suonato da se, come il violino capace di due suoni equitemporanei, o suonato col suo eguale, come l' Oboè incapace di due suoni equitemporanei, producesse il terzo suono di forza tale, ch' eguagliasse la forza del suono naturale dello strumento, sopra tale strumento sarebbe impossibile la esecuzione della musica dedotta dalla divisione aritmetica, cioè praticamente musica composta per terza minore. La prova è già fatta con due Oboè, ed un Violino. L' armonia musicale di terza minore era



I terzi suoni risultanti, che chiaramente si distinguevano, sono;

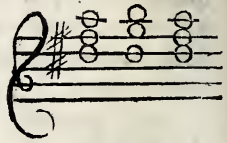


perchè di 

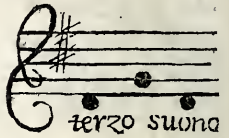
di 

S' immagini chiunque ha senso ragionevole di musica qual orrido effetto producano tali Bassi, o siano fondamenti posti a confronto di tali parti. Di fatto così fu rilevato da quanti intervennero alla prova, ch' erano

otto Professori di musica. Per lo contrario nello stesso atto, e tempo della prova ridotte le stesse note musicali a terza maggiore in.



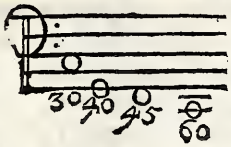
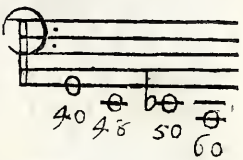
e risultando l' unico terzo suono



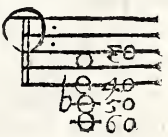
S' immagini chiunque l' ottimo effetto prodotto da tale armonia, in cui il Basso dimostrativo armonico è il risultato fisico terzo suono. Così di fatto seguì per comune giudicio, e consenso de' suddetti Professori. Così seguirà in perpetuo appresso chiunque, benchè di gran lunga in sì fatta prova i terzi suoni risultanti non eguaglino di forza i suoni naturali. In tal rispetto accordo la seconda parte della proposizione, che l' armonia di terza minore comparata all' armonia di terza maggiore sia imperfetta, e mancante di molto. E per lo contrario l' armonia di terza maggiore sia la perfettissima, e la immediatamente, e principalmente voluta dalla natura in sì fatto modo, che per eccellenza s' intenda, e si chiami giustamente in genere l' armonia musicale. Quanto poi a quella parte della seconda proposizione, in cui secondo il modo comune d' intendere si è detto, che l' armonia di terza minore si è presa in prestito dalla scienza Aritmetica, e sia quasi straniera, e accidentale alla musica, ciò nego assolutamente; e per lo contrario dico, che il sistema dell' armonia di terza minore non solo è inseparabile dal sistema dell' armonia di terza maggiore, ma anzi è lo stesso identico sistema, che per se, e indipendentemente da qualunque principio diverso include i due generi di armonia. Lo dimostro.

Proposizione Settima. Figura VII. congiunta con gli esempi musicali.

DAta la sestupla armonica in A M diametro 60, sarà $A\frac{1}{2}30$, $A\frac{1}{3}20$, $A\frac{1}{4}15$, $A\frac{1}{5}12$, $A\frac{1}{6}10$. Saranno gli avanzi, o siano complementi del diametro, $\frac{1}{2}M30$, $\frac{1}{3}M40$, $\frac{1}{4}M45$, $\frac{1}{5}M48$, $\frac{1}{6}M50$, quali supposti linee sonore, saranno i suoni rispettivi in note musicali gli assegnati nell' esempio musicale 3. Data la dupla geometrica discreta in note musicali fon-

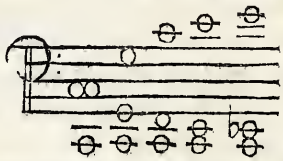
fondata ſopra Cſolfaut 60, che corriſponde al diametro A M 60 ſuppoſto linea ſonora, ſarà.  Data la ſeſquialtera geometrica diſcreta in note muſicali fondata ſopra lo ſteſſo Cſolfaut come diametro 60, ſarà. 

Dunque eccettuata nell' eſempio 3 muſicale la prima nota Cſolfaut 30, in cui la ſerie ſuperiore armonica forma unità con la ſerie inferiore de' complementi, la ſeconda nota Gſolreut 40, e la terza nota Ffaut 45 ſono identiche a' due mezzi, armonico 40, aritmetico 45 della ſopraſſegnata dupla geometrica diſcreta. Egualmente la quarta nota Elami 48, e la quinta ultima nota 50 ſono identiche a' due mezzi, armonico 48, aritmetico 50 della ſopraſſegnata ſeſquialtera geometrica diſcreta. Ma le tre note 30, 40, 45 dell' eſempio muſicale 3 ſono complementi delle tre note 30, 20, 15 dell' eſempio muſicale I, perchè così ſono nel diametro A M. Egualmente le due ultime note 48, 50 dell' eſempio muſicale 3 ſono complementi delle due ultime note 12, 10 dell' eſempio muſicale I, perchè così ſono nel diametro; e nell' eſempio muſicale I gli eſtremi di 30, 20, 15 ſono in dupla, gli eſtremi 15, 12, 10 ſono in ſeſquialtera. Dunque reſta dimoſtrato, che nell' eſempio muſicale 3 le due note 40, 45 ſono i due mezzi armonico, e aritmetico della dupla; Le due note muſicali 48, 50, ſono i due mezzi armonico, e aritmetico della ſeſquialtera, perchè ſono gli avanzi, o ſia complementi riſpettivi delle ſuddette ragioni. Ma il ſiſtema aritmetico di armonia di terza minore è fondato ſu la diviſione aritmetica della ſeſquialtera, o ſia praticamente quinta; e la ultima nota Elafà 50 dell' eſempio muſicale 3 è dimoſtrata diviſione aritmetica della ſeſquialtera, o ſia quinta. Dunque il ſiſtema aritmetico di armonia di terza minore è fondato ſopra la ultima nota dell' eſempio muſicale 3, qual nota corriſponde nel diametro alla linea $\frac{1}{5}$ M. Ma queſta ha il ſuo principio nel ſiſtema ſuperiore ſeſtuplo armonico, di cui relativamente è complemento. Dunque il ſiſtema aritmetico (ch' è l' armonia di terza minore) non ſolo è inſeparabile dal ſiſtema armonico (ch' è l' armonia di terza maggiore); ma anzi è lo ſteſſo identico ſiſtema, che per ſe, e indipendentemente da qualunque altro principio include i due generi di armonia; ch' è quanto ſi doveva dimoſtrare.

Riducendo la dimoſtratione a pratica muſicale, ſarà l' armonia intiera di Elafà 50, ultima nota dell' eſempio 3. Il Cſolfaut acuto 30, che forma ottava col Cſolfaut grave 60, ſi ſuppone per ſiſtema, come per ſiſtema ſi ſuppo- 

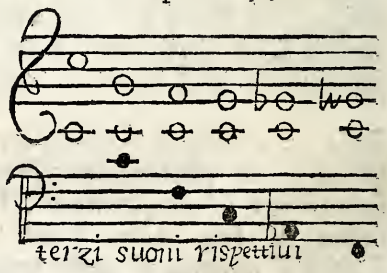
ne

ne la dupla principio primo *a priori*, perchè dimostrata. Il rimanente delle note musicali è la quinta col mezzo aritmetico qui sopra dimostrato. Ma acciò meglio s' intenda tuttociò praticamente, si supponga Csolfaut 60 (che nella figura è il diametro) Basso fondamentale di tutta l' armonia, come lo è in fatto; e si supponga Basso costante, come tasto fermo, a confronto di tutte le note musicali dell' esempio I, e dell' esempio 3, dedotte dalla figura. Sarà.



Si trova, che come sopra il terzo Csolfaut costante vi sono a confronto le due note Ffaut, Csolfaut, e però Ffaut divisore aritmetico della ottava Csolfaut, csolfaut (nulla importando che csolfaut acuto sia più alto un' ottava); così sopra il quinto Csolfaut costante vi sono a confronto le due note, Elasà, Gsolreut, e però Elasà divisore aritmetico della quinta Csolfaut, Gsolreut, (nulla importando, che Gsolreut sia una quadrupla più alto). Ecco adunque ad evidenza la formazione del sistema dell' armonia di terza minore in Elasà ultima nota dell' esempio musicale 3.

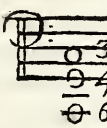
Qui ella si degni osservar meco in qual modo regga, e qual sistema produca il terzo suono, che certamente non ha luogo nell' armonia di terza minore, anzi vi si oppone. Siano poste a confronto di Csolfaut, come Basso costante, e tasto fermo le note dell' esempio musicale 3 trasportate in acuto nel Violino per dedurre più sensibilmente i rispettivi terzi suoni; e per compimento della osservazione si aggiunga la ultima nota chiusa, dedotta dalla divisione del diametro oltre la sestupla in $\frac{1}{7}$, cosicchè l' avanzo, o sia complemento sia $\frac{6}{7}$. Saranno

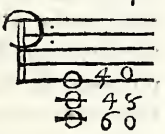


In questa osservazione è certo, che ciascuna nota musicale de' terzi suoni per se è radice sisicoarmonica delle due note soprapposte; e in tal senso tutto è armonico, e tutto appartiene all' armonia di terza maggiore. Ma è certo altrettanto di certezza dimostrativa, che il progresso de' terzi suoni è aritmetico; e che poste in armonia equitemporanea le cinque note de' terzi suoni, formano in precisione il sistema aritmetico, cioè l' armonia

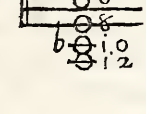
nia di terza minore. Sia poi, o non sia aggiunta la ultima nota chiusa, resta sempre vero il sistema, perchè date le quattro note superiori de' terzi suoni in armonia equitemporanea, vi s' intende la quinta inferiore, ch' è il Basso fondamentale. La osservazione è curiosa, e interessante, perch' è fisica. La sua indicazione è la tripla geometrica discreta 6, 5, 4, 3, 2.

Si degni egualmente osservare, che le note seconda, e quarta dall' esempio musicale 3 sono complementi delle note terza, e quinta dell' esempio musicale I; e sono tra loro nella stessa musicale denominazione, Gsolreut, gsolreut ottava; Elami, elami quadrupla. Le due note dell' esempio I sono identicamente $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ della corda, perchè come 60 (ch' è tutta la corda) 20, 12, così $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$. E i complementi rispettivi, che sono le due note dell' esempio 3, sono due mezzi armonici, Gsolreut 40 della dupla; Elami 48 della sesquialtera. In conseguenza resta confermato quanto si è indicato altrove, che la corda di tre suoni $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ è relativa al sestuplo armonico sistema, ed è di natura circolare.





Riducendo ora a' suoi principj il sistema universale, si trova, che tutto si riduce alla ragion dupla intesa in due rispetti. Nel primo rispetto è come indivisibile, e di potenza armonica. E' chiaro nelle prime due note dell' esempio musicale I, ed è lo stesso, che diametro, e semidiametro. Nel secondo rispetto è come divisibile armonicamente ed aritmeticamente ne' complementi della progressione armonica, e come regressiva al suo principio primo per moto circolare. E' chiaro nelle note dell' esempio 3, quali si partono dalla seconda nota della dupla, cioè da Csolfaut 30, in cui formano unità con la progressione armonica dell' esempio I, e ritornano verso il suo principio primo Csolfaut 60, passando per li mezzi rispettivi armonico, e aritmetico della dupla, e sesquialtera, e fermandosi come in compimento, e periodo di sistema nella nota Elafà 50, quale identicamente corrisponde al mezzo contrarmonico della dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 10, 12. E con ciò resta di nuovo dimostrato quanto si è stabilito nel principio, cioè che la ragion dupla è principio potenziale, la ragion sesquialtera principio attuale del sistema armonico. Perchè se dalla dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 10, 12, si sottri il mezzo aritmetico 9, resta 6, 8, 10, 12: in note musicali. Dunque in precisione il sistema dell' armonia di terza minore. Ma 10 è il mezzo aritmetico della sesquialtera 8, 12; in 10 s' incontra l' ultimo termine sestuplo; e resta esclu- so il mezzo aritmetico 9 della dupla 6, 12. Dunque la dupla in potenza si è concretata nella sesquialtera



tera in atto; e in questa s' incontra, e si compie la determinazione de' due sistemi di armonia di terza maggiore, e di armonia di terza minore. Ella avrà curiosità di sapere in qual modo si debba concepire consonante il genere di armonia di terza minore, giacchè è impossibile, che si possa concepire nel modo del genere di armonia di terza maggiore; perch' è impossibile, che il terzo suono radice costante in infinito dall' armonico sistema, sia egualmente radice del sistema aritmetico, quando già ho fatto vedere qual confusione anzi ne verrebbe, se nell' armonia di terza minore fossero sensibili abbastanza i terzi suoni risultanti da tale armonia. Io la prego di sospendere per un poco la sua giusta curiosità, finchè mi si apra il luogo opportuno.

Rimane ad esaminare l' esempio musicale 4 dedotto dalle ragioni formate da' quadrati de' seni. E' certo, che il pratico sistema musicale è costituito non solo dalli due generi di armonia di terza maggiore, e di terza minore: ma di più da un terzo genere, che praticamente si chiama di dissonanze a confronto de' due generi suddetti, che si chiamano di consonanze. Questo genere di dissonanze risulta da una congiunzione equitemporanea di voci, o suoni disposti in tali ragioni, o siano intervalli, che non convengono nè col sistema armonico di terza maggiore, nè con l' aritmetico di terza minore. Anzi in questo genere benchè la pratica musicale accerti nell' effetto, perchè forma giudice l' udito, e il senso comune, non accerta però nella cagione. Ciò non fa maraviglia, perchè se non si è saputo sin' ora il principio intrinseco delle consonanze, molto meno si poteva sapere il principio intrinseco delle dissonanze, che sono intese per il loro contrario. Di fatto come praticamente si sono definite sin' ora le consonanze dall' effetto, cioè un accordo di voci, o suoni grato all' udito; così per lo contrario si sono definite le dissonanze un' accordo ingrato all' udito. Per altro questo terzo genere praticamente non s' intende essenziale alla musica, come s' intendono gli altri due, ma solamente accidentale; cosicchè quando si voglia, si possa far a meno del di lui uso. Vuol dire in sostanza, che non è possibile una composizione musicale senza consonanze; è possibile una composizione musicale senza dissonanze. Queste dissonanze poi si sono intese, e s' intendono praticamente nel modo stesso, in cui si sono intese le consonanze; cioè intervalli, o siano distanze composte di due termini, che corrispondono a due voci, o due suoni in relazione di grave, e acuto. Come si sono chiamati, e definiti consonanze gl' intervalli di ottava, quinta ec., così si sono chiamati, e definiti dissonanze gl' intervalli di nona, settima ec. E come la pratica accerta il numero preciso degl' intervalli consonanti nella ottava, quinta, due terze, maggiore, e minore, e due seste, minore, e maggiore (sopra la quarta essendovi varietà di opinioni); così accerta egualmente il numero degl' intervalli dissonanti nella seconda, quarta, sesta, settima, e nona. Così s' intende in comune senza far torto a chi intende

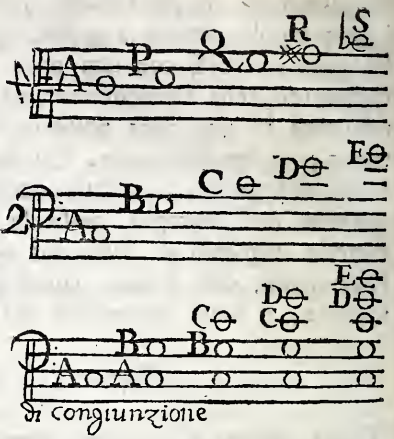
de altrimenti in particolare. Inoltre per il maneggio delle diſſonanze vi è una regola pratica a parte, quale preſcrive, che la nota diſſonante debba apparecchiarſi con una nota anteriore conſonante, e uniſona alla nota diſſonante, che immediatamente ſuccede. Indi la nota diſſonante debba riſolverſi in una nota poſteriore conſonante, che diſcenda ſempre o per tuono, o per ſemituono. Queſta è la teoria, e la pratica del terzo genere di diſſonanza, neceſſariamente premeſſa innanzi la dimoſtrazione, e ſpiegazione dell' eſempio muſicale 4. Qualunque ſia, ſeguo al ſolito il mio metodo rigoroſo di laſciarmi condurre dalla dimoſtrazione, e dal fatto. Dico però, che i ſeni, come geometrici, ſono le radici del ſiſtema diſſonante, e ſono inſeparabili dal ſiſtema univerſale. Lo dimoſtro.

Figura VII. Eſempi muſicali 2, 3, 4.

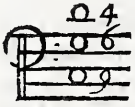
PEr ridurre a categoria comune le poſizioni, ommeſſo l' eſempio I, ſi prendano gli eſempi muſicali 2, 3, 4, dedotti dalle ragioni formate da' quadrati del diametro AM, e delle corde AB, AC, AD ec. da cui ſi è dedotto l' eſempio 2; da' quadrati delle ſutteſe MB, MC, MD, ec., da cui ſi è dedotto l' eſempio 3; da' quadrati de' ſeni $\frac{1}{2}$ B, $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D, ec., da cui ſi è dedotto l' eſempio 4. E però come corde, ſutteſe, e ſeni ſono in categoria comune di quadrati, così le note muſicali degli eſempi ſuddetti ſono in categoria comune di ragioni. Per formar la idea di queſto rapporto ſi dica. La prima nota Cſolfaut dell' eſempio muſicale 4 è in ragion dupla con la ſeconda nota dell' eſempio muſicale 2. Così il quadrato del ſeno $\frac{1}{2}$ B è in ragion dupla col quadrato della corda AB. La ſeconda nota Dlaſolrè dell' eſempio 4 è in ſeſquialtera con la terza nota dell' eſempio 2. Così il quadrato del ſeno $\frac{1}{3}$ C è in ſeſquialtera col quadrato della corda AC ec.

Ciò premeſſo ſi ponga a confronto muſicale l' eſempio 4 dedotto da' ſeni coll' eſempio 2 dedotto dalle corde; e vi ſi ſottoponga congiunto in armonia equitemporanea il ſiſtema armonico a ragguaglio della ſua ſpiegazione ſucceſſiva nell' eſempio 2: ricordandoſi per le coſe dimoſtrate, che tal congiunzione non è di arbitrio, ma di eſſenza fiſica, e dimoſtrativa del ſiſtema armonico, quale a ragguaglio della ſua ſpiegazione ſi va

congiungendo fino alla festupla in unità integrale di armonia. Saranno

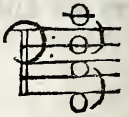


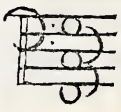
In questo confronto si vede, che mentre negli esempi di note successive, 4, 2, si trova la sesquialtera tra B dell' esempio 2, e P dell' esempio 4 (in pratica la quinta tra Gsolreut, Dlasolrè), a ragguaglio di confronto nell' esempio sottoposto di congiunzione si trova un' altra sesquialtera nelle due note congiunte A B (quinta tra Csolfaut, Gsolreut). Dunque in tal confronto si trova la geometrica proporzione, perchè si trova la sesquialtera continua, come 9, 6, 4; in note musicali.



Ma la sesquialtera sottoposta AB è la naturale del sistema armonico; e la sovraposta B vien determinata da P, che corrisponde al quadrato del seno $\frac{1}{3}$ C. Dunque in radice dal seno $\frac{1}{3}$ C è determinata la sesquialtera geometrica proporzione. Ma la natura di quantità geometrica è sostanzialmente opposta alle due nature di quantità, armonica, aritmetica; perchè dove queste hanno per principio primo la unità, sebben in diverso rispetto, quella ha per principio primo la dualità, come si è dimostrato nella formazione de' seni. Egualmente la progressione geometrica è sostanzialmente opposta alle due progressioni, armonica, aritmetica, perchè dove queste sono fondate sopra la infinita serie delle ragioni sempre diverse, quella è fondata sopra la infinita serie della stessa ragione moltiplicata. Dunque se le due proporzioni, armonica, aritmetica sono consonanti, la proporzione geometrica in forza de' contrarj sarà dissonante. Ma l' esempio musicale 4 è dedotto da' seni, e questi sono inseparabili dalle corde, da cui si è dedotto l' esempio 2. Dunque il sistema dissonante è inseparabile dal sistema universale, il che si doveva dimostrare.

Da questa dimostrazione nasce il quinto Canone musicale, ed è; *che in genere qualunque accordo musicale sarà dissonante, se vi saranno nell' accordo due intervalli simili di specie diversa eccettuata* (più per uso, che per ragione) *la ottava*. Per esempio due quinte, due quarte, due terze maggiori ec. non già intese in ottava tra loro, come: perchè le due quinte non sono di specie diversa: è la stessa quinta replicata in ottava, ma intese nel modo seguente, dove i due intervalli bensì sono simili, perchè tanto il grave, quanto l' acuto è intervallo di quinta; ma sono di specie diversa, perchè il grave ha la sua base



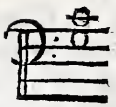
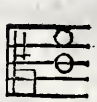
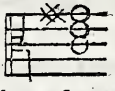
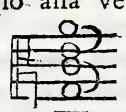


ſe in Ffaut, e l' acuto in Cſolfaut. Di più perchè il Canone ſia vero, non è di neceſſità, che i due intervalli ſi congiungano tra loro in un mezzo comune, coſicchè la ſeſquialtera, o ſia quinta, ſia geometrica continua. Il Canone reſta vero, ſebben la proporzione ſia geometrica diſcreta, e in generale qualunque volta ſia duplicato nel modo ſuddetto qualunque intervallo componente l' accordo muſicale.

Naſce in iſpecie il ſeſto Canone muſicale, ed è, *che de' due intervalli ſimili di ſpecie diverſa ſarà il conſonante quello, che intrinſecamente appartiene al ſiſtema armonico, o aritmetico. Sarà il diſſonante quello, che in niun modo appartiene, nè può appartenere a' due ſuddetti ſiſtemi.* Si ſpiegherà tra poco.

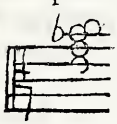
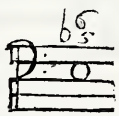
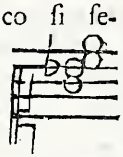
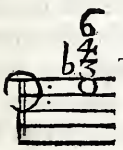
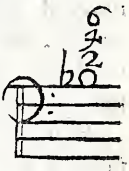
Dimoſtrato, e ſtabilito il principio del ſiſtema diſſonante in P dell' eſempio 4, relativo al quadrato del ſeno $\frac{1}{3}$ C, per conſeguenza il progreſſo diſſonante ſarà in Q, R, S, relativi a' quadrati de' ſeni contenuti nella ſeſtupla. Di fatto C dell' eſempio 2, Q dell' eſempio 4 ſono tra loro in ſeſquiterza, o ſia quarta. A confronto nell' eſempio di congiunzione ſi trova un' altra ſeſquiterza di ſpecie diverſa in BC, e queſta è la ſeſquiterza naturale del ſiſtema armonico. Dunque la ſuperiore, o ſia acuta è la diſſonante. Egualmente tra D dell' eſempio 2, R dell' eſempio 4 vi è la ſeſquiquarta, o ſia terza maggiore. A confronto nell' eſempio di congiunzione ſi trova un' altra ſeſquiquarta di ſpecie diverſa in CD, e queſta è la ſeſquiquarta naturale del ſiſtema armonico. Dunque la ſuperiore è la diſſonante. Finalmente tra E dell' eſempio 2, S dell' eſempio 4 vi è la ſeſquiquinta, o ſia terza minore. A confronto nell' eſempio di congiunzione ſi trova un' altra ſeſquiquinta di ſpecie diverſa in DE, ed è la naturale del ſiſtema armonico. Dunque la ſuperiore è la diſſonante. E qui compita la ſeſtupla è compito il ſiſtema.

Reſta a vedere qual diſtanza formi ciaſcuno di queſti eſtremi acuti P, Q, R, S, a confronto dell' eſtremo armonico grave Cſolfaut A, che in preciſione è il terzo ſuono, e però radice, baſe, e in ſomma Baſſo fondamentale di tutta l' armonia. Comparato P dell' eſempio 4 a Cſolfaut A dell' eſempio di congiunzione, la diſtanza è di nona. Dunque realmente la nona è diſſonanza, perchè compoſta di due quinte di ſpecie diverſa. Comparato Q allo ſteſſo Cſolfaut, la diſtanza è di undecima. Dunque realmente la undecima è diſſonanza, perchè compoſta di due quarte. A queſta diſſonanza di undecima corriſponde identicamente in pratica la diſſonanza chiamata quarta, perchè in pratica ſi è preſa la diſtanza degli eſtremi non da Cſolfaut A dell' eſempio di congiunzione, ma da Cſolfaut C dell' eſempio 2, che veramente è in diſtanza di quarta da Ffaut Q dell' eſempio 4. Da ciò è nato in preciſione l' equivoco, e la confuſione ſopra la quarta, di cui fin' ora ſi diſputa, ſe ſia conſonanza, o diſſonanza. La quarta grave, cioè C dell' eſempio 2, B dell' eſempio di

congiunzione  è consonante, perch' è la quarta naturale del sistema armonico. La quarta acuta, cioè Q dell' esempio 2  è dissonante, perchè non nè può appartenere al sistema armonico, e congiunta con la quarta grave forma la sesquiterza geometrica continua. Non essendosi ben distinte secondo la loro natura le due quarte, e non essendosi comparati secondo la loro natura i due estremi, è nato l' equivoco, e confusione suddetta. Se poi in pratica riesce più comoda (com' è in fatto) la segnatura di 4, che di 11 ne' numeri, che si pongono al Basso organico, si continui pure senza scrupolo alcuno, purchè s' intenda nel modo suddetto. La dilucidazione era necessaria. Comparato R dell' esempio 4 allo stesso Csolfaut A, la distanza è di duodecima eccedente, o sia (come praticamente si chiama) superflua: in note musicali Dunque la duodecima superflua realmente è dissonanza, perchè composta di due terze maggiori; la grave naturale del sistema armonico in C D dell' esempio di congiunzione; l' acuta non appartenente al sistema armonico tra D dell' esempio 2, R dell' esempio 4: in note musicali  Di questa dissonanza non vi è, nè vi è stata mai idea pratica, e diventa affatto nuova nel musicale sistema. Vi è bensì la dissonanza, che in pratica si chiama sesta (ma rigorosamente è terzadecima, come si vedrà a suo luogo), quale di primo aspetto pare analoga alla qui sopraassegnata. Ma non è vero; è intrinsecamente diversa. Perchè la dissonanza chiamata praticamente di sesta essendo realmente una terzadecima (essendovi in questa lo stesso equivoco, che si è scoperto nella quarta in ragguaglio alla vera distanza), che vuol dire in sistema musicale di confronto,  non ha che fare con la duodecima superflua nè per natura, nè per denominazione di lettera musicale. Non per natura, perchè la duodecima superflua è fondata per natura sopra una terza maggiore a confronto di un' altra terza maggiore, ch' è la naturale del sistema armonico, e la terzadecima è intrinsecamente fondata sopra la quarta acuta Alamirè, Elamì, a confronto della quarta grave Csolfaut, Gsolreut, ch' è la naturale del sistema armonico. Non per denominazione di lettera musicale, perchè la nota acuta della duodecima superflua è Gsolreut , la nota acuta della terzadecima è Alamirè, e però le distanze sono realmente diverse, quella di duodecima, questa di terzadecima. Sia dunque la duodecima superflua una dissonanza di nuovo acquisto, di cui tra poco si vedrà l' uso. Comparato finalmente S dell' esempio 4 allo stesso Csolfaut A, la distanza è di quartadecima. Dunque realmente la quartadecima è dissonanza, perchè composta di due terze minori di specie diversa. La grave in D E dell' esempio di congiunzione, ed è la naturale del sistema armonico. L' acuta tra bfa S dell' esempio 4, e Gsolreut E dell' esempio 2,

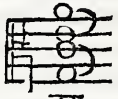
ch' è

ch' è la non appartenente al ſiſtema armonico. A queſta diſſonanza di quartadecima corriſponde identicamente in pratica la diſſonanza, che ſi chiama ſettima; niuna differenza eſſendovi, ſe non nel termine della diſtanza, che realmente deve prenderſi da Cſolfaut A grave, e in pratica ſi prende da Cſolfaut ottava acuta. Nel modo primo è quartadecima, e ſettima nel ſecondo; ma è vero il modo primo, non il ſecondo, perchè in ſoſtanza così in queſta, come nelle altre diſſonanze deve ſupporſi la poſizione del ſiſtema conſonante innanzi di ſupporre il ſiſtema diſſonante, quale non ſuſſiſte per ſe, ma in forza del ſiſtema conſonante, come ad evidenza dimoſtrativa ſi è veduto negli eſempi muſicali. Da ciò naſce il ſettimo Canone muſicale, ed è, *che non ſi dà, nè può darſi poſizione alcuna diſſonante, ſe non fondata ſopra la poſizione conſonante.*

Oſſervando quanto nel ſiſtema diſſonante ſi è dedotto, e ſtabilito, ſi trova, che il preſente ſiſtema conviene con la pratica comune nella poſizione della nona, della undecima, o ſia quarta, e della quartadecima, o ſia ſettima. Ma non conviene in alcun modo nella poſizione della ſeconda, perchè non ha, nè può aver luogo in queſto ſiſtema: ſegno, che non vi è tal diſſonanza. Il fallo è pratico, ed è nato dalla ſettima, quale riſpetto alle note muſicali componenti il ſuo accordo, o ſia armonia integrale, è convertibile in molti modi. La ſua pianta fondamentale è: in cui la nota grave Cſolfaut è il Baſſo fondamentale. Nella converſione, o ſia traſpoſizione di queſta pianta naſcono tre poſizioni. Prima, che nel Baſſo organico ſi ſegna co i numeri.  Seconda, che nel Baſſo organico ſi ſegna.   Terza, che nel Baſſo organico ſi ſegna  Qui è la ſorgente del fallo. In queſta terza poſizione i numeri 2, 4, 6 poſti inſieme ſopra  la nota bfà, ſi dicono in pratica diſſonanti. Indi in iſpecie la ſeconda (per il numero 2) è chiamata diſſonanza. Ma il fallo è patente. Nella pianta fondamentale ſuperiore, Cſolfaut, Elamì, Gſolreut è l' accordo conſonante, perchè queſte tre note ſono tra loro in armonica proporzione. Aggiunta la nota bfà ſi aggiunge al ſuddetto accordo una terza minore tra Gſolreut, Bfà, quale non può non eſſer diſſonante, perchè di ſpecie diverſa dalla immediatamente ſottopoſta Gſolreut, Elamì, qual è la naturale del ſiſtema armonico. Dunque la nota diſſonante è in preciſione bfà, ſettima col Baſſo fondamentale Cſolfaut. Nella terza poſizione la nota, che in preciſione forma ſeconda, a cui è relativo il numero 2, è Cſolfaut, che nella pianta fondamentale è il Baſſo. Come dunque può eſſere, che tal nota ſia diſſonante, ſe queſta è il

Baſ-

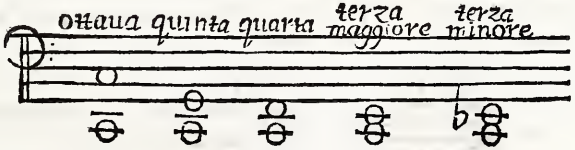
Baſſo fondamentale? Anzi tutto al roveſcio. In qualunque luogo ſi trovi per traſpoſizione Cſolfaut, ſarà ſempre conſonante, e così Elamì, Gſolreut, quali non cambiano natura per cambiar luogo, e poſizione. Sarà bfà diſſonante in qualunque luogo, e poſizione ſi trovi per la ſteſſa ragione, che non cambia natura per cambiar luogo. Dunque nella terza poſizione non Cſolfaut, ch' è 2 nel numero, non Elamì, ch' è 4 nel numero, non Gſolreut, ch' è *6* nel numero, ſono diſſonanti; ma la ſola nota diſſonante è bfà, a cui in numero corriſponderebbe 1, e non 2. Dunque la diſſonanza chiamata ſeconda non vi è nè in queſto ſiſtema, nè in pratica muſicale. E' un' errore, che ſi deve emendare, e con l' eſempio aſſegnato altri molti di tal natura.

Eſcluſa per ſempre la ſeconda come diſſonanza, ſi deve indagare, ſe debba eſcluderſi anco la terzadecima, (in pratica feſta), che nel preſente ſiſtema non appare, e in pratica è diſſonanza di molto uſo. Nel ſiſtema non appare, ma è incluſa nel quinto, e ſeſto Canone muſicale dedotti dal ſiſtema. Se per il quinto Canone vi ſiano nell' accordo muſicale due intervalli ſimili di ſpecie diverſa, vi ſarà diſſonanza. Dunque dato l' accordo,  vi ſarà diſſonanza, perchè vi ſono due intervalli ſimili di ſpecie diverſa, cioè la quarta tra Gſolreut, Cſolfaut; e la quarta tra Elamì, Alamirè. Per il ſeſto Canone, di queſti due intervalli ſimili di ſpecie diverſa è conſonante quello, che appartiene al ſiſtema armonico, o aritmetico; diſſonante quello, che in niun modo appartiene a' due ſiſtemi ſuddetti. Dunque la quarta tra Gſolreut, Cſolfaut è conſonante, perch' è la naturale del ſiſtema armonico; la quarta tra Elamì, Alamirè, è diſſonante, perchè in niun modo può appartenere al ſiſtema ſuddetto. Dunque in preciſione Alamirè è la nota diſſonante. Ma queſta è in diſtanza di terzadecima dal Baſſo fondamentale Cſolfaut. Dunque la terzadecima è vera legittima diſſonanza, e appartiene al preſente ſiſtema, che con la pratica ſi accorda, e conviene.

Rimane ad eſaminare, ſe queſto ſiſtema ſi accordi, e convenga con la pratica nel maneggio delle diſſonanze, cioè nell' apparecchiarle, e riſolverle nel modo già ſpiegato. Per tal eſame ritorniamo agli eſempi muſicali 2, 3, 4, anneſſi alla figura VII, dove tutto ſi deve trovare, s' è vero il preſente ſiſtema. Nell' eſempio 4, ch' è delle diſſonanze, il primo progreſſo è da Cſolfaut (nota comune di tutti gli eſempi) a Dlaſolrè, in cui ſi trova la prima diſſonanza, ch' è la nona. A confronto di tal progreſſo ſi trova nell' eſempio 2, ch' è del ſiſtema armonico, il progreſſo da Cſolfaut $\frac{1}{2}$ a Gſolreut $\frac{1}{3}$. Eſſendo il ſiſtema armonico il fondamento principale dell' univerſale ſiſtema, perch' è la radice, e cagione di tuttociò, che ſi trova nel ſiſtema in particolare, ſi dovrà dire, che nel progreſſo del ſiſtema armonico da Cſolfaut $\frac{1}{2}$ a Gſolreut $\frac{1}{3}$, ch', è una ſeſquial-

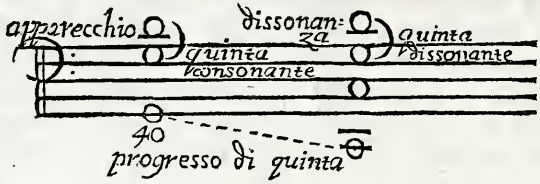
quialtera, o sia quinta, si trova prodotta a confronto nell' esempio 4 la dissonanza di nona, che realmente è composta da due quinte. Dunque l' esemplare, o sia forma è nella quinta del progresso armonico. A questo intervallo di quinta, ch' è nell' esemplare, corrisponde nell' accordo equitemporaneo la seconda nota Gsolreut 40 dell' esempio 3, a cui si sottoponga il Basso fondamentale Csolfaut, che forma quinta col suddetto Gsolreut 40. In tal preciso rispetto di esemplare antecedente, e di esempio conseguente si trova il progresso armonico dell' esempio 2 all' accordo equitemporaneo de' due esempi 3,4. Perchè nell' esempio 2 il primo progresso è di dupla, cioè da 1 a $\frac{1}{2}$; nell' accordo equitemporaneo de' due esempi 3,4, si trova la ragion dupla tra le due prime note de' suddetti esempi, ma posteriore alla dupla dell' esempio 2. In questo esempio 2 il secondo progresso è di quinta tra Csolfaut $\frac{1}{2}$, Gsolreut $\frac{1}{3}$, ma è di tripla, se l' armonia si considera equitemporanea, come per natura deve considerarsi, cioè:

A ragguaglio negli esempi 3,4, le due note seconde, Gsolreut 40 dell' esempio 3, Dlasolrè dell' esempio 4 sono tra loro in tripla, ma posteriore. Nell' esempio 2 il terzo progresso è di quarta tra Gsolreut $\frac{1}{3}$, Csolfaut $\frac{1}{4}$; ma è di quadrupla, se l' armonia si considera equitemporanea. A ragguaglio ne' due esempi 3,4, le due note terze, Ffaut 45 dell' esempio 3, Ffaut dell' esempio 4 sono in quadrupla, ma posteriore. In somma per abbreviare il confronto quanto succede antecedentemente nell' esempio 2 del sistema armonico, tanto succede posteriormente negli esempi 3,4, rispetto al loro accordo equitemporaneo. Egualmente quanto succede nel progresso successivo dell' esempio 2, cioè di ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore, tanto succede nell' accordo equitemporaneo dell' esempio 3 rispetto al Basso costante fondamentale, come si vede in questo esempio.



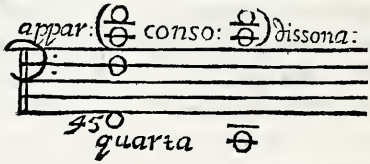
Dunque nel sistema armonico dell' esempio 2 dedotto dalle corde vi è l' apparecchio antecedente di ciò, che posteriormente deve succedere negli altri due sistemi degli esempi 3,4, dedotti dalle sutteſe, e da' seni. Questo apparecchio del sistema armonico, che nella divisione armonica del diametro nell' esempio 1 si può chiamar giustamente forma, esemplare, determinazione di quelle ragioni, che devono succedere negli esempi 2,3,4, dico, che è l' identico dimostrativo apparecchio delle dissonanze,

ze, e che in questo apparecchio la pratica musicale si accorda, e conviene col sistema. Lo dimostro. La prima dissonanza è la nona, ed è dissonanza, perchè composta di due quinte. Dunque l' apparecchio dev' esser una quinta, perch' è la sua forma; e deve trovarsi in precisione di Basso fondamentale nella seconda nota Gsolreut 40 dell' esempio 3, perchè in questa nota si trova l' esempio formato in quinta. Ma ridotto a pratica musicale l' esemplare, così si trova in precisione. Dunque resta dimostrato ec.

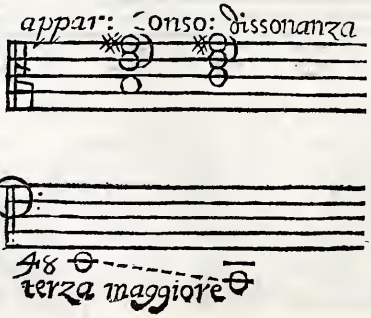


Ma così in precisione s' intende, e si opera in pratica musicale. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione.

La seconda dissonanza è la undecima, ed è dissonanza, perchè composta di due quarte. Dunque l' apparecchio dev' esser una quarta, perch' è la sua forma, e deve trovarsi in precisione di Basso fondamentale nella terza nota Ffaut 45 dell' esempio 3, perchè in questa nota si trova l' esempio formato di quarta. Ma ridotto a pratica musicale l' esemplare, così si trova in precisione. Dunque resta dimostrato, ec. Ma così in precisione s' intende, e si opera in pratica musicale. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione.



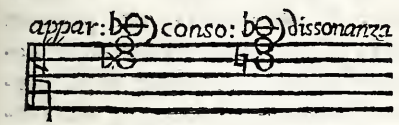
La terza dissonanza è la duodecima superflua, ignota fin' ora alla pratica musicale. E' dissonanza, perchè composta di due terze maggiori. Dunque l' apparecchio dev' esser una terza maggiore, perch' è la sua forma; e deve trovarsi in precisione di Basso fondamentale nella quarta nota Elami 48 dell' esempio 3, perchè in questa nota si trova l' esempio formato in terza maggiore. Ma ridotto a pratica musicale l' esemplare, così si trova in precisione. Dunque resta dimostrato, ec.



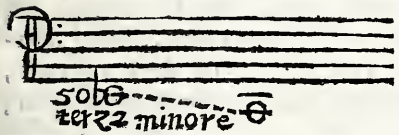
Ma

Ma così in precisione s' intenderebbe, e operarebbe in pratica musicale, se tal dissonanza fosse nota, e così dovrà usarsi ora che è nota. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione.

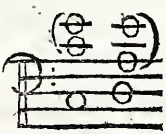
Finalmente la quarta dissonanza è la decima quarta; ed è dissonanza, perchè composta di due terze minori. Dunque l' apparecchio dev' esser una terza minore, perch' è la sua forma; e deve trovarsi in precisione di Basso fondamentale nella quinta nota Elasà 50 dell' esempio 3, perchè in questa nota si trova formato l' esempio di terza minore. Ma ridotto a pratica musicale l' esemplare, così si trova in precisione:

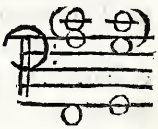


Dunque resta dimostrato ec. Ma così in precisione s' intende, e si opera in pratica musicale. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione.



A ragguaglio si verificherà in genere qualunque esemplare dimostrativo a confronto di qualunque esempio pratico; e se vi sarà errore, non sarà mai nell' esemplare dimostrativo. E' vero bensì, che la pratica si dilata molto più nell' apparecchio delle dissonanze, perchè non prende a rigore la regola di apparecchiarle col preciso intervallo consonante, che poi diventa dissonante; ma qualunque intervallo consonante serve all' apparecchio suddetto. Per esempio nella nona l' apparecchio è una terza maggiore, e la dissonanza è una quinta. Nella undecima, o sia praticamente quarta l' apparecchio è una terza minore, la dissonanza è una quarta ec. Ciò nulla osta al sistema presente, a cui basta di produrre il principio primo, e universale della regola dell' apparecchio, da cui si possano poi dedurre molte giuste conseguenze, e regole particolari. Per altro la regola pratica dilatata nel modo suddetto ha il suo fondamento nel Canone quinto, ed è relativa alle dissonanze dedotte dalla proporzione geometrica discreta, come la regola del sistema è intrinsecamente relativa alle dissonanze dedotte dalla proporzione geometrica continua.

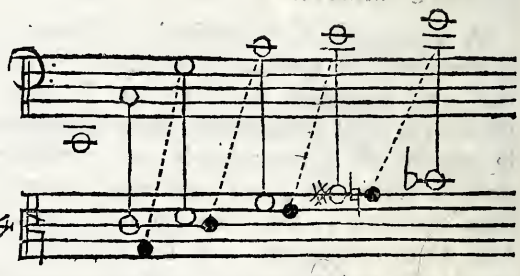




Rilevato il fondamento dell' apparecchio delle dissonanze, e loro costituzione nell' esemplare armonico, da cui si hanno antecedentemente come forme le ragioni, che posteriormente formano l' apparecchio, indi sono determinate dissonanze, è chiaro, che la loro risoluzione dovrà trovarsi nello stesso sistema armonico, ch' è il fondamento universale. Ciò, che praticamente s' intende per apparecchio, costituzione, e risoluzione di dis-

ſonanza già ſi è ſpiegato altrove, ma giova ripeterlo. S' intende, che la diſſonanza non può ſuſſiſter per ſe, ma deve dipendere intrinſecamente dalla conſonanza. Però la prima poſizione è l' apparecchio antecedente della nota muſicale conſonante. La ſeconda poſizione è la ſteſſa nota muſicale conſonante, che ſi converte in diſſonante. La terza poſizione è la ſua riſoluzione in conſonanza, cioè un paſſaggio della nota diſſonante in una nota diverſa, che dev' eſſer conſonante e deve diſcender ſempre o per tuono, o per ſemituono. E però è veriſſimo, che la diſſonanza non ſuſſiſte per ſe, ma in forza delle conſonanze, antecedente, ch' è l' apparecchio, conſeguente, ch' è la riſoluzione. L' apparecchio nel preſente ſiſtema ſi è veduto ad evidenza dimoſtrativa. Con eguale evidenza ſi dovrà vedere la riſoluzione. Premetto eſſermi ignota la ragione della pratica muſicale, per cui debbano riſolverſi le diſſonanze diſcendendo per tuono, o per ſemituono; non mai aſcendendo. Se vi ſia in pratica queſta ragione, confeſſo di non ſaperlo. E' però coſa certa, che dev' eſſervi per dimoſtrazione, ſe così in pratica ſi opera, e ſi opera bene. Dico dunque, che nella riſoluzione delle diſſonanze così in pratica deve operarſi, come ſi opera, perchè così inſegna la dimoſtrazione del preſente ſiſtema, ed è la ſeguente.

Dato il ſiſtema ſeſtuplo armonico nelle note muſicali a confronto del ſiſtema delle diſſonanze eſſendoſi dimoſtrato, che la forma ſeſquialtera $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, è la producente la nona ſottopoſta Dlaſolrè, perchè compoſta di due ſeſquialtere; la forma ſeſquiterza $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ la producente la undecima ſottopoſta Ffaut, perchè compoſta di due ſeſquiterze ec.; ed eſſendoſi dimoſtrato, che le diſſonanze in tanto ſono diſſonanze, inquanto ſono intrinſecamente coſtituite dalla geometrica proporzione, e però per ſe non ſuſſiſtenti, perchè incompatibili col ſiſtema armonico, ne viene di neceſſaria conſeguenza, e per corollario, che non ſuſſiſtendo da ſe là debbano ritornare, donde partirono; e vuol dire in ſoſtanza, che ſi riſolvano nel principio ſteſſo, da cui hanno la origine, e in cui hanno la radice. Ma queſto è il ſiſtema armonico; dunque nel ſiſtema armonico devono riſolverſi. Non baſta. Per la ſteſſa conſeguenza, e corollario ſe la ragione antecedente del ſiſtema armonico è la forma dell' apparecchio della diſſonanza, la ragione conſeguente del ſiſtema armonico (che ſarà antecedente alla riſoluzione della diſſonanza) dovrà eſſer la forma del-



della risoluzione, perchè per lo stesso principio, e nello stesso modo, con cui il sistema geometrico si parte dal sistema armonico, dee ritornarvi. Ma nel dato confronto del sistema armonico, e del sistema dissonante si trova, che nel sistema armonico dopo la sesquialtera $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, succede la sesquiterza $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$; e la sesquialtera è stata la forma della dissonanza di nona, ch' è la sottoposta a $\frac{1}{3}$, ed è stata la forma dell' apparecchio della nona. Dunque la sesquiterza $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ dovrà esser la forma della risoluzione della nona. Dunque la nota musicale, che in precisione deve risolver la nona, dovrà esser la nota chiusa musicale posta immediatamente dopo Dlasolrè, ch' è la nona, perchè nel sistema armonico superiore dopo Gsolreut $\frac{1}{3}$, che formò la sesquialtera con $\frac{1}{2}$, segue immediatamente Csolfaut $\frac{1}{2}$, che forma la sesquiterza con $\frac{1}{3}$, e a cui è unisono il sottoposto Csolfaut chiuso. Proseguendo con tal metodo la dimostrazione, si trova, che Ffaut undecima si risolve in Elami chiuso, unisono ad Elami $\frac{1}{5}$ del sistema armonico superiore. Gsolreut ✕ duodecima superflua si risolve in Gsolreut naturale chiuso, unisono a Gsolreut $\frac{1}{6}$ del sistema armonico superiore ec.

Ritornando con lo stesso metodo dimostrativo alle due note musicali, Csolfaut $\frac{1}{2}$ del sistema armonico superiore, Csolfaut prima nota del sistema dissonante, qual è in ottava acuta del soprapposto, si trova, che questa ottava nel sistema dissonante è risoluta in Gsolreut chiuso, unisono a Gsolreut $\frac{1}{3}$ del sistema armonico superiore, cosicchè in questo esemplare la stessa ottava fa figura di dissonanza. E ciò perchè nel sistema armonico superiore vi è la ottava antecedente 1, $\frac{1}{2}$, quale dovendosi congiungere equitemporaneamente nell' armonia universale, di necessità si trovano due ottave, cioè la quadrupla in geometrica proporzione, come qui si vede,

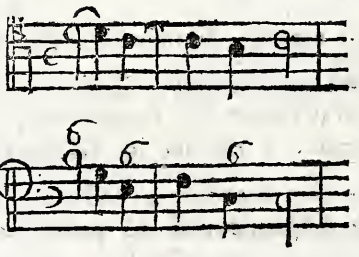
e però nel quinto Canone musicale vi è la parentesi, *eccettuata* (più per uso, che per ragione) *la ottava*. Non essendo dissonanza attuale, come ivi ho detto, il suo passaggio in Gsolreut non si può dire risoluzione. Ma però è certo, che la dupla geometrica $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ si converte e passa nella sesquialtera armonica $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$. Ma le note musicali della risoluzione

ne delle diſſonanze ſono identiche alle note muſicali del ſiſtema armonico, come ſi vede nelle note chiuſe dell' eſempio 4 qui addotto. Dunque tutte le diſſonanze ſuddette ſi riſolvono nel loro principio, a cui ritornano a ragguaglio con la ſteſſa legge, con cui partirono. Ma è impoſſibile, che vi ritornino (com' è evidente) ſe non diſcendendo a ragguaglio per tuono, e ſemituono (eccettuata ſempre la ottava); dunque in pratica così deve operarſi nella riſoluzione delle diſſonanze, come ſi opera, perchè così inſegna, e dimoſtra il preſente ſiſtema. Sia però l' ottavo Canone muſicale includente tutto il dimoſtrato ſin qui ſopra le diſſonanze; *che la diſſonanza ſia apparecchiata da nota conſonante uniſona, e ſia riſoluta in nota conſonante, che a ragguaglio della diſſonanza diſcenda per tuono, o ſemituono.*

Conſumate le dimoſtrazioni degli eſempi muſicali 2, 3, 4, e però veduta in generale la natura de' due ſiſtemi, conſonante, e diſſonante, giova diſcendere al particolare, acciò una volta finalmente ſi arrivi a formar giuſta idea delle conſonanze, e diſſonanze muſicali.

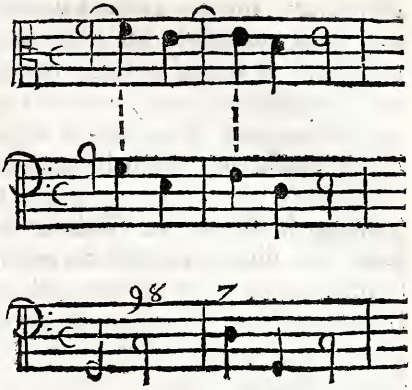
E' certo in primo luogo, che nel preſente ſiſtema gl' intervalli, o ſiano ragioni di ottava, quinta, quarta ec. non poſſono conſiderarſi conſonanti, ſe non come inſeparabili dalla ſeſtupla armonica, di cui ſono parti integranti; ed è certo, che in pratica ſi conſiderano per ſe conſonanti, come elementi primi componenti la ſeſtupla. Non potendo eſſervi errore nel ſiſtema, è forza, che vi ſia nella pratica.

Date in contrappunto le due parti ſeguenti, ſi domanda, ſe l' intervallo di quinta formato da Gſolreut del Baſſo con Dlaſolrè del Teſo con Cſolfaut del Tenore ſia conſonante, o diſſonante? Qualunque delle due ſi affermi, è un' errore, perchè tanto è conſonante, e ſtretto, quanto diffonante in legittimo, e ſtretto ſenſo di contrappunto. Come ſta l' eſempio, le due quinte ſuddette ſono conſonanti, ma non in forza dell' intervallo di quinta; bensì in forza di tutto l' accompagnamento dell' armonia, cioè di terza, quinta, ottava, che s' intende inſeparabile da Gſolreut, e Ffaut, come Baſſo fondamentale. E queſto accompagnamento è dedotto dalla ſeſtupla, come ſi vedrà a ſuo luogo. Alle ſteſſe due parti ſi ſottopon-

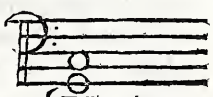


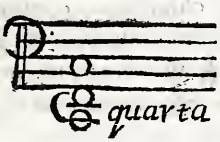
ga

ga la terza parte, come nell' esempio, ed ecco le due quinte dissonanti nelle stesse precise note musicali. Dunque lo stesso identico intervallo è consonante, e dissonante secondo il diverso rispetto di tutta l' armonia. Dunque per determinarlo o consonante, o dissonante bisogna supporre tutta l' armonia. Ma questa è la sestupla. Dunque l' errore è nella pratica, la verità è nel presente sistema.



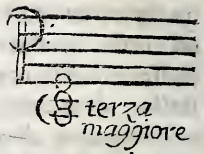
E' certo in secondo luogo, che dal presente sistema vien determinata in particolare la perfezione maggiore, o minore di ciascuna ragione integrante la sestupla armonica. La dupla, o sia ottava, è principio potenziale dell' armonico sistema, ed è *a priori*. Dunque è la perfettissima di tutte le ragioni consonanti. La sesquialtera, o sia quinta, è il principio attuale del sistema armonico, di cui è la ragione determinante. La quinta dunque sarà perfettissima ragione consonante, ed avrà maggior forza fisica della ottava. Per iscoprire la natura delle ragioni consecutive, si torni agli esempi musicali 2, 3, annessi alla Figura VII, e si osservi di nuovo ciò, che già si è osservato. Nell' esempio 2 dopo la quinta Csolfaut $\frac{1}{2}$, Gsolreut $\frac{1}{3}$, succede la sesquiterza, o sia quarta formata da Gsolreut $\frac{1}{3}$, Csolfaut $\frac{1}{4}$. A confronto di Gsolreut $\frac{1}{3}$ nell' esempio musicale 3 si trova Gsolreut 40 dimostrato mezzo armonico della dupla, formante una quinta col termine grave Csolfaut. In tal confronto si trova la quinta sempre armonica e nell' esempio 2, e nell' esempio 3. A confronto poi di Csolfaut $\frac{1}{4}$ dell' esempio 2, si trova nell' esempio 3 Ffaut 45 dimostrato mezzo aritmetico della stessa dupla, formante una quarta con lo stesso termine grave Csolfaut. In tal confronto si trova la quarta nell' esempio 2 armonica, nell' esempio 3 aritmetica. Dunque di doppia natura. Dunque non può esser perfetta ragione, essendo comune a due sistemi in confronto. Dunque la sesquiterza, o sia quarta è ragione consonante imperfetta. Dopo la quarta succede nell' esempio 2 la sesquiquarta, o sia terza maggiore formata da Csolfaut $\frac{1}{4}$, Elami $\frac{1}{5}$. A confronto nell' esempio 3 si trova Elami 45



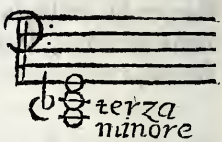


di-

dimostrato mezzo armonico della sesquialtera formante una terza maggiore col termine grave Csolfaut. In tal confronto si trova la terza maggiore sempre armonica, e nell' esempio 2, e nell' esempio 3. Dunque la sesquiquarta, o sia terza maggiore è ragione consonante perfetta.

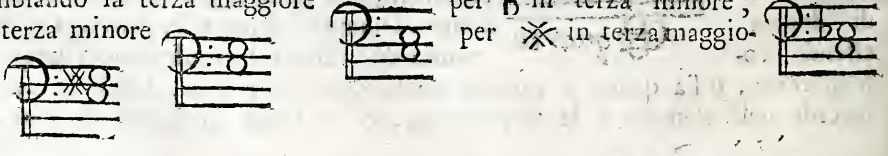


Dopo questa succede nell' esempio 2. la sesquiquinta, o sia terza minore, formata da Elami $\frac{1}{5}$, Gsolreut $\frac{1}{6}$. A confronto nell' esempio 3 si trova Elasà 50 dimostrato mezzo aritmetico della sesquialtera formante una terza minore col termine grave Csolfaut. In tal confronto si trova la terza minore nell' esempio 2 armonica, nell' esempio 3 aritmetica. Dunque di doppia natura. Dunque non può esser perfetta ragione, essendo comune a due sistemi in confronto. Dunque la sesquiquinta, o sia terza minore, è ragione consonante imperfetta.



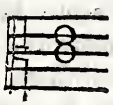
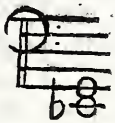
A quanto si è dedotto della perfezione della quinta, e terza maggiore, e della imperfezione della quarta, e terza minore corrisponde fisicamente la corda una di tre suoni, perchè i due suoni di consenso $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$, sono identici a Gsolreut $\frac{1}{3}$ (esempio 2) formante la quinta con Csolfaut $\frac{1}{2}$; ad Elami $\frac{1}{5}$ formante la terza maggiore con Csolfaut $\frac{1}{4}$. Se la natura include $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$, esclude $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ (Csolfaut forma la quarta con Gsolreut $\frac{1}{3}$, Gsolreut $\frac{1}{6}$ forma la terza minore con Elami $\frac{1}{5}$), è segno fisico della perfezione di quelle ragioni, della imperfezione di queste. Dunque così è fisicamente, e dimostrativamente, come si è dedotto.

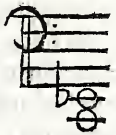
Non così in pratica. Il presente sistema conviene con la pratica nella ottava, e quinta, come ragioni consonanti perfette. Non conviene col rimanente, ch' è la quarta, e le due terze, maggiore, e minore. La quarta in pratica si è intesa, e s' intende or consonante, or dissonante per l' equivoco spiegato altrove. Le due terze si chiamano consonanze imperfette, perchè possono alterarsi con gli accidenti musicali di ♯, e di ♭, cambiando la terza maggiore per ♭ in terza minore; la terza minore per ♯ in terza maggiore.



Questo concetto è un errore. La quarta è ragione consonante, come tutte le altre contenute nella sestupla armonica; ed è imperfetta, perch' è di

di doppia natura a confronto. Che le due terze si concepiscano alterabili dagli accidenti musicali, e però siano consonanze imperfette, ripugna a due sistemi, armonico, e aritmetico; e però nego assolutamente la loro possibile alterazione in tal senso, e concetto. Nel caso pratico addotto non si cambia la terza minore in maggiore, nè la maggiore in minore, ma si cambia un sistema nell' altro, e si passa dall' armonia di terza maggiore all' armonia di terza minore (e così pel contrario) non solamente per la terza cambiata, ma per l' ordine cambiato delle ragioni. E però la terza non è più quella del rispettivo sistema, ma una terza affatto diversa. Ecco l' esempio chiarissimo.

terza maggiore del sistema armonico,  terza maggiore del sistema aritmetico. 

terza minore del sistema armonico; terza minore del sistema aritmetico. 

Dunque falso il pratico concetto della possibile alterazione delle due terze, e in conseguenza falsa la deduzione, che però siano consonanze imperfette. Resta dunque vero, che la terza maggiore è ragione consonante perfetta, perch' è intrinsecamente armonica. La terza minore è ragione consonante imperfetta, perch' è comune a due sistemi in confronto.

Da questi due esempi pratici, e da quanto si è stabilito nel sistema, due cose si fanno più ch' evidenti. La prima si è, che in questo sistema non ha più luogo quella tale opposizione, in cui si contiene intieramente la idea avutasi fin' ora del musicale sistema; ed è, che il tritono, la sesta superflua, la seconda diminuita, intervalli composti da due sole voci, o suoni, sono per se, e indipendentemente da qualunque sistema ingrati all' udito; e pel contrario la ottava, la quinta, la quarta, le due terze ec. intervalli egualmente composti da due sole voci, o suoni, sono per se grati all' udito. Tale opposizione qui non ha luogo, anzi è una prova evidentissima della verità del sistema. In genere non si ha la formazione del tritono, se non data la scala musicale. Non si ha la scala musicale, se non data la sestupla armonica. Si vedrà nel seguente Capitolo. In ispecie il tritono si ha dal genere diatonico; genere primo, e universale, perchè immediatamente dedotto dalla sestupla armonica. La sesta superflua, la seconda diminuita ec. si hanno da due generi, cromatico, Enarmonico: generi subalterni, e dedotti. Si vedrà egualmente nel seguente Capitolo. In individuo dico, che intanto l' intervallo del tritono è ingrato all' udito, inquanto la nota grave Ffaut divide aritmeticamente la ottava Csolfaut, csolfaut; e la nota acuta Bmi divide armonicamente la quinta

Gsol-

Gsolreut, Dlasolre: che vuol dire quella quinta, ch' è fondata sopra Gsolreut divisore armonico della stessa ottava Csolfaut, csolfaut. La congiunzione di questi due mezzi, in cui resta base e fondamento dell' armonia la nota grave Ffaut, è ripugnante all' armonico sistema, da cui deve desumersi l' armonia integrale, e la sua base. Quando dunque s' inverta l' ordine sostanziale, e si ponga in grave un termine per natura aritmetico a confronto di un termine acuto per natura armonico, è certo di certezza dimostrativa, che vi è ripugnanza nella posizione. Dunque sarà certo di certezza fisica, che tal intervallo sarà ingrato all' udito. La mia proposizione è sì precisamente vera, che ponendo per base, o sia termine grave Bmi, ch' è l' armonico, e per acuto Ffaut, ch' è l' aritmetico, l' intervallo perde la sua asprezza sì fattamente, che posto a confronto dell' inverso, si sente da chiunque la notabilissima differenza. Ma tuttociò è una prova del sistema generale, di cui è deduzione, e conseguenza; e così a ragguaglio della natura degli altri intervalli. Dunque ec.

La seconda cosa evidente si è una conseguenza; ed è la necessità di dover dedurre la natura intrinseca delle consonanze, e la loro perfezione, e imperfezione dall' armonia integrale, e non dalle parti, o siano ragioni integranti.

Quest' armonia integrale è la sestupla in genere, come già si è dimostrato; in ispecie la sestupla armonica, da cui l' armonia di terza maggiore: la sestupla aritmetica, da cui l' armonia di terza minore. Di queste due armonie la perfettissima, e la immediatamente voluta dalla natura (com' è chiaro ne' fenomeni) è quella di terza maggiore, cioè la sestupla armonica, a di cui confronto si trova molto meno perfetta l' armonia di terza minore, cioè la sestupla aritmetica. Dunque dalla maggiore, o minor perfezione dell' armonia dipendendo a ragguaglio l' effetto, ch' è la consonanza, bisogna indagare in che consista la maggior perfezione della sestupla armonica. Questa consiste nella maggior, e più perfetta unità del suo principio, e della sua radice dimostrativa armonica, ch' è il circolo perfettamente uno in se stesso, a cui corrisponde fisicamente, e identicamente il terzo suono, come radice fisico-armonica perfettamente una in se stessa. Non così la sestupla aritmetica. Il suo principio è il diametro, come per se linea retta, e come divisibile in parti eguali, e però aritmetiche. E' manifesto nella deduzione de' seni dimostrativamente impossibile, se non supponendo il diametro diviso in parti eguali. In fatti il sistema aritmetico dimostrativamente dedotto nel presente sistema, è dedotto per somma di parti eguali, che sono gli avanzi, o complementi delle frazioni armoniche. Queste sono sempre unità per propria intrinseca natura; quelli sono sempre somme di unità per propria intrinseca natura. E questa è la radical differenza de' due sistemi, quale in sostanza si riduce alle due figure, Circolo iscritto, Quadrato circoscritto, che vuol dire alla prima posizione del presente sistema. L' armonia di terza maggio-

re

re procede dal circolo dimostrato per intrinseca natura armonico. L' armonia di terza minore procede dal quadrato dimostrato per intrinseca natura aritmetico. Alla natura del circolo corrispondono li fenomeni fisicoarmonici. Alla natura del quadrato corrispondono li fenomeni fisicoaritmetici, tra' quali è il timpano, o sia tamburo, e qualunque Cilindro sonoro. Quanto è più uno in se stesso il circolo del quadrato, tanto è più perfetta l' armonia di terza maggiore dell' armonia di terza minore, e a ragguaglio le parti integranti la rispettiva armonia. Perchè quantunque sia vero, che le ragioni integranti le due sestuple armonica, aritmetica, siano le stesse, cioè ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore; non è vero però, che la ottava della sestupla aritmetica sia eguale di perfezione alla ottava della sestupla armonica. Ne' due sistemi l' ordine è sostanza, e cosa reale; e quindi la ottava posta nel luogo graviſſimo della sestupla armonica è più una, e in conseguenza più perfetta della ottava posta nel luogo acutiſſimo della sestupla aritmetica, e così a ragguaglio di tutte le ragioni integranti. In oltre abusivamente chiamo queste ragioni integranti le due sestuple. A rigor dimostrativo sono integranti la sestupla armonica, di cui sono parti; sono componenti la sestupla aritmetica, ch' è la loro somma. E però tanto più sono di unità intrinseca al suo tutto nel sistema armonico, di quello siano nel sistema aritmetico.

Premesse tali nozioni, e spiegazioni è forza definire l' armonia di terza maggiore, unità fisicoarmonica integrale di voci, o suoni contenuti nella sestupla. L' armonia di terza minore, unità fisicoaritmetica integrale di voci, o suoni contenuti nella sestupla. A ragguaglio le ragioni dell' armonia di terza maggiore, unitadi fisicoarmoniche di voci, o suoni integranti la sestupla. Le ragioni dell' armonia di terza minore, unitadi fisicoaritmetiche di voci, o suoni componenti la sestupla. E se queste sono le vere definizioni rispettive a' due sistemi, armonico, aritmetico, l' armonia del sistema dissonante dovrà definirsi, unità fisicogeometrica di voci, o suoni fondati nella sestupla.

Quanto siano lontane queste definizioni dalla idea avutasi fin' ora delle consonanze, e dissonanze, ella Sig. Conte lo vede, e lo intende. Ma in queste definizioni nulla essendovi di mio arbitrio, tutto essendovi di necessità fisica, e dimostrativa, è forza cambiar la vecchia idea nella nuova.

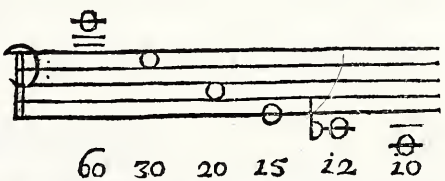
Si dirà, che in tal modo è definita l' armonia, non la consonanza, e dissonanza. Rispondo, che la consonanza, e la dissonanza è l' effetto inseparabile dall' armonia rispettiva; e però definita la cagione, è definito l' effetto, e a ragguaglio della cagione succede l' effetto. Dalla perfettiſſima unità come cagione, si ha la perfettiſſima consonanza come effetto, e però gradevoliſſimo all' udito. Dalla unità meno perfetta si ha la consonanza meno perfetta, e però meno gradevole all' udito. Così a ragguaglio

glio il tutto, e le parti di ciascun sistema. Si avverta solamente, che non si è mai ben inteso il sistema dissonante non solo nella cagione, ma nemmeno nell' effetto, che pure dipende dal senso. Si è definita la dissonanza un' accordo di voci, o suoni ingrato all' udito. Io faccio giudice tutto il Mondo musicale di buon senso, e mi dica, se veramente la ben disposta armonia della nona, della undecima, o quarta, della terzadecima, o sesta, della quartadecima, o settima (dissonanze tutte) sia cosa ingrata all' udito. E' fisicamente impossibile, perchè nel suo modo è unità, ed è nel circolo. Ha benissimo il suo gradevole per se, e solamente posta a confronto dell' armonia di terza minore, e molto più dell' armonia di terza maggiore fa conoscere la sua diversità. Da ciò si comprenda, se le definizioni delle consonanze, e dissonanze potevano dipender dal senso dell' udito. Ecco il vero confronto, e la vera idea.

Nella corda sonora di un monocordo, nella corda pendola sonora ragguagliata co' numeri quadrati de' pesi eguali, la unità delle oscillazioni equitemporanee è comune a tutte le tre proporzioni, armonica di terza maggiore, aritmetica di terza minore, geometrica delle dissonanze. Della proporzione armonica $1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$ ec. nella corda del monocordo, e de' pesi $1, 4, 9$ ec. nella corda pendola sonora è nota comunemente la unità delle oscillazioni equitemporanee. La inversione della proporzione armonica essendo la proporzione aritmetica, succede fisicamente lo stesso; e basta riflettervi, perchè sia noto. Nella proporzione geometrica $4\ 6\ 9$; o pure $\frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{16}$ ec. deve succeder lo stesso in forza della progressione armonica $\frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{9}$ ec., da cui separando $\frac{1}{5}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{8}$, resta $\frac{1}{4}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{9}$; e lo stesso si dica di $\frac{1}{9}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{6}$ ec. Se le vibrazioni della intiera progressione armonica di $\frac{1}{4}$ fino a $\frac{1}{9}$ sono tutte insieme equitemporanee, lo saranno egualmente separate, e divise in qualunque modo. Dunque la unità delle vibrazioni, o sia oscillazioni equitemporanee è genere universale di unità, in cui convengono tutte le tre suddette armonie. La cagione *a priori* è il circolo, da cui in genere procedono, e sono contenute, ed è cagione, come uno per sua intrinseca natura: nulla a ciò ostando, che le oscillazioni de' pendoli siano divertite dalla linea circolare dal peso eccentricamente cadente nel ritorno al suo centro; ma bastando, che circolare sia il suo principio, il che è fisicamente chiaro. In forza di questo principio comune di unità è manifestamente falsa la proposizione, che le vibrazioni equitemporanee siano la cagione delle consonanze, il suo contrario delle dissonanze, nè vi è bisogno di prova. Non convengono, nè possono con-

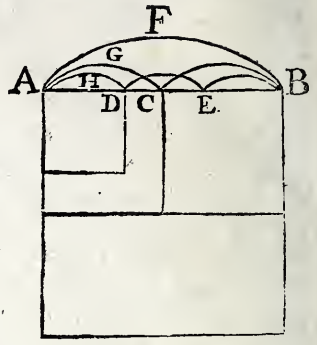
convenire le dissonanze con le consonanze nella unità, come principio di quantità. Principio della natura armonica è la unità, come il tutto; della natura aritmetica la unità, come la minima parte. Essendo composta la natura geometrica dalle due nature, armonica, aritmetica (si è dimostrato nella formazione de' seni), ha il suo principio nella dualità, e non nella unità. Dunque ec. Non convengono le dissonanze nella unità della radice fisica del terzo suono con le consonanze dell' armonico sistema, di cui è proprietà individua, e particolare la radice fisica del terzo suono ad esclusione non solo delle dissonanze, ma ancora delle consonanze dell' aritmetico sistema, come si è dimostrato a suo luogo. Non convengono finalmente le dissonanze con le consonanze nella unità del sestuplo periodo, e compimento, in cui convengono tra loro l' armonico, e l' aritmetico sistema. Dipendono bensì dalla natura circolare della sestupla, di cui sono legittime deduzioni.

Le consonanze poi dell' aritmetico sistema, o sia l' armonia di terza minore conviene con l' armonia di terza maggiore, e delle dissonanze nel genere comune di unità delle oscillazioni equitemporanee. Conviene in unità con l' armonia di terza maggiore nel genere particolare della sestupla estensione, e in conseguenza delle ragioni (benchè inverse) componenti la sestupla: eguali alle integranti la sestupla armonica. Conviene egualmente con l' armonia di terza maggiore nella unità, come principio primo di quantità; sebben questa come minima, quella come massima. Il diverso rispetto non distrugge la intrinseca natura del principio comune, ch' è la unità, e lo stesso si dica delle ragioni inverse della sestupla estensione. Appare in oltre, che osservato il numero delle oscillazioni equitemporanee della sestupla aritmetica, in tal rispetto convenga in unità con l' armonico sistema, perchè i numeri suddetti sono certamente in armonica progressione. Appare, ma non è; anzi son certo esservi errore nel modo comune d' intender il numero delle oscillazioni. Se il numero delle oscillazioni è inseparabile dagli archi formati dalle oscillazioni, e in conseguenza dall' area contenuta dagli archi, è certo di certezza dimostrativa, che nella proporzione armonica $1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$ ec. le aree fommate degli archi delle oscillazioni sono nella stessa proporzione $1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$ ec.; e nella propor-



numeri delle oscillazioni equitemporanee

zione aritmetica 1, 2, 3, ſono nella ſteſſa proporzione 1, 2, 3 ec. Ecco la dimoſtrazione.



Mentre AB oſcilla una volta per l' arco AFB, AC $\frac{1}{2}$ oſcilla due volte per l' arco AGC, AD $\frac{1}{3}$ oſcilla tre volte per l' arco AHD. Ma è per ſe dimoſtrato da' quadrati, che l' area dell' arco AGC è $\frac{1}{4}$ dell' area dell' arco AFB; l' area dell' arco AHD è $\frac{1}{9}$ dell' area dell' arco AFB. Dunque AC oſcillando due volte, mentre AB oſcilla una volta, AC formerà due archi AGC di $\frac{1}{4}$ l' uno nelle loro aree. Dunque ſommate ſaranno $\frac{1}{2}$, e lo ſteſſo a ragguaglio di AD $\frac{1}{3}$. Dunque mentre AB produce nel ſuo arco area 1, AC produce ne' ſuoi due archi area $\frac{1}{2}$, AD ne' ſuoi tre archi area $\frac{1}{3}$ ec. Dunque le aree ſommate degli archi rimangono in proporzione armonica, come ſono le linee producenti gli archi. Nè giova la oppoſizione, che può farſi dicendo, che non ſi ſa ſe gli archi ſiano di circolo, o di curva in genere; e però la dimoſtrazione ſuppone ciò, che ſi deve antecedentemente dimoſtrare. Ciò nulla giova, perchè nulla deroga alla ſuddetta dimoſtrazione, quale null' altro prova, nè deve provare, ſenonchè l' area dell' arco AFB è come 1 all' area dell' arco AGC, come $\frac{1}{4}$; dell' arco AHD come $\frac{1}{9}$. Siano archi di circolo, ſiano di curva in genere, ſaranno ſempre archi ſimili. Dunque ſempre vi ſarà tra le loro aree la dimoſtrata ragione. Ciò dimoſtrato, e premeſſo; che il numero delle oſcillazioni delle corde in progreſſione armonica ſi dica univerſalmente eſſer in progreſſione aritmetica 1, 2, 3, 4, ec., perchè mentre la corda 1 oſcilla una volta, la corda $\frac{1}{2}$ oſcilla due volte, la corda $\frac{1}{3}$ tre volte ec.; e ciò ſi pretenda ben detto, e inteſo, quando le aree ſommate degli archi delle oſcillazioni ſono dimoſtrativamente in progreſſione armonica; quando il numero 2 null' altro ſignifica, ſe non le due oſcillazioni di $\frac{1}{2}$ equitemporanee ad una oſcillazione di 1, e però come ſommate, il numero 3 le tre oſcillazioni equitemporanee di $\frac{1}{3}$, e però come ſommate ec.; quan-

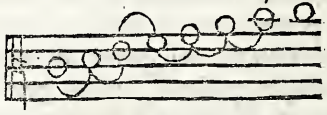
quando lo ſteſſo numero è ſegno dimoſtrativo di quantità di parti ineguali nel ſenſo ſtretto della numerazione delle oſcillazioni, tutte ineguali (caſo, in cui diventa aſſurdo l' aſtrazione del numero delle oſcillazioni dalla loro quantità, perchè non avrebbero quel numero, ſe non foſſero quante come ſono); ſe queſto non è errore, non ſo più qual poſſa eſſer errore. Ma tuttociò di paſſaggio.

In due generi di unità non conviene, e non può convenire l' armonia di terza minore con l' armonia di terza maggiore, cioè nella radice fiſica del terzo ſuono, e nella relazione al riſpettivo principio. La radice fiſica del terzo ſuono, come ſi è detto, è proprietà ſingolare dell' armonico ſiſtema, quale ha per ſuo immediato principio il circolo, ch' è la ſua radice dimoſtrativa. Il ſiſtema aritmetico non ha, nè può aver tal radice, perchè ha per ſuo radical principio il quadrato. Indi per conſeguenza la relazione diverſa, perchè diverſo è il principio. Reſta dunque, che la ſola armonia di terza maggiore abbia in ſe ſteſſa cinque generi di unità; e ſono, la unità delle oſcillazioni, del ſeſtuplo periodo, del principio primo di quantità, della radice fiſicoarmonica del terzo ſuono, e della immediata relazione al circolo, come uno. Indi la ſua particolare, e diſtinta perfezione. Il ſiſtema aritmetico, o ſia l' armonia di terza minore ha in ſeſteſſa tre generi di unità; e ſono, la unità delle oſcillazioni, del ſeſtuplo periodo, e del principio primo di quantità. Il ſiſtema geometrico, o ſia delle diſſonanze ha in ſeſteſſo un ſolo genere di unità, ed è la unità delle oſcillazioni. Cinque, tre, e uno, e tutto nel circolo. Tanto baſti del terzo Capitolo, ch' è quaſi riuſcito un Trattato.

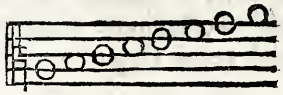
CAPITOLO QUARTO.

Della Scala, e del Genere pratico Muſicale, Origine, Uſo, e Conſeguenze.

ALl' armonia è congiunta la melodia, o ſia cantilena. Se dall' armonia la cantilena, o dalla cantilena ſi abbia l' armonia, ſi è veduto nel capitolo antecedente nel ſiſtema armonico, in cui il tutto, ch' è l' armonia, e la unità integrale, deve ſupporſi innanzi le parti, dalle quali ſi ha la cantilena. Lo ſteſſo ſi vedrà nel capitolo preſente. La differenza tra armonia, e cantilena ſi è, che nell' armonia le voci, o ſuoni ſono equitemporanei, perchè ſono tutti in unità integrale; e però ſono tutti nello ſteſſo tempo. Nella cantilena le voci, o ſuoni ſono ſucceſſivi, perchè non ſono in unità integrale, ma individua; e però non ſono nel tempo ſteſſo, ma ſucceſſivamente. Il pratico eſemplare della cantilena è la ſcala comune di terza maggiore, da cui è

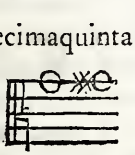


dedotta la ſcala di terza minore.



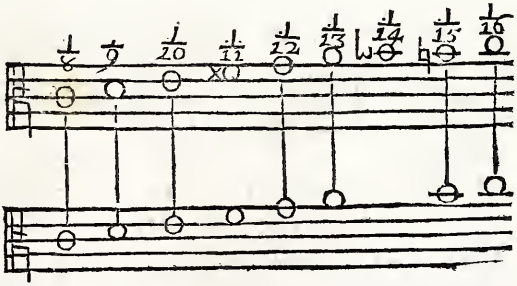
In queſta ſcala ſi trovano li così chiamati minimi componenti muſicali, cioè tuoni, e ſemituoni; li tuoni formati dalle due ragioni ſeſquiottava, e ſeſquinona; li ſemituoni dalla ragione ſeſquidecimaquinta. Il primo tuono ſotto ſegnato è in ragione ſeſquiottava, il ſecondo in ſeſquinona, il terzo in ſeſquiottava, il quarto in ſeſquinona, il quinto in ſeſquiottava; e però tre ſeſquiottavi, due ſeſquinoni. Quelli ſi chiamano maggiori, queſti minori a ragguaglio della ragione. Li due ſemituoni ſopra ſegnati ſono in ragione ſeſquidecimaquinta, e ſi chiamano maggiori, perchè vi è un' altro ſemituono pratico, che naſce dal ♯ aggiunto alla nota naturale, qual è in ragione ſeſquiventeſima quarta, e però minore del ſemituono naturale della ſcala. Di queſta ſcala, e di tali minimi componenti ſiamo debitori agli antichi Greci, e l' abbiamo adottata come ottima, perchè la più ſemplice, e ſecondo natura. Dico la più ſemplice, perchè i Greci tentarono l' uſo di componenti più minimi, e però diviſero la cantilena in tre Generi, Diatonico, Cromatico, Enarmonico. La ſcala ſopraſſegnata è la naturale del Genere Diatonico, e però il ſemituono in ragione ſeſquidecima quinta è il minimo intervallo del Genere Diatonico. Altri

tri semituoni di minor ragione usarono i Greci, ma li divisero dal Genere Diatonico e formarono il Genere Cromatico. Altri ancor più minimi, e formarono il Genere Enarmonico. Di questi tre Generi il Diatonico è il semplicissimo, e secondo natura; e come fu in possesso universale tra gli antichi Greci, così è dopo migliaja d' anni tra noi moderni, e lo sarà sempre. Perchè quando in pratica si adopri intervallo minore del sesquidecimoquinto, l' orecchio di chi eseguisce, e di chi ascolta non regge a così fino, e minimo accordo. La sperienza lo manifesta, perchè si confonde pur troppo in pratica il semituono di ragione sesquidecimaquinta col semituono di ragione sesquiventesimaquarta benchè ancor questo sia secondo natura. Questa è la vera cagione, per cui si è abbandonato intieramente il Genere Enarmonico, e si è ritenuto il Diatonico; cioè la somma facilità della esecuzione di questo, la somma difficoltà della esecuzione di quello. Ciò basti per istruzione sufficiente di quanto dagli Antichi, dalla pratica comune, e dal consenso universale è stabilito senza impegnarsi in superflue erudizioni, e nella spiegazione, e formazione de' due Generi Cromatico, Enarmonico: cosa tanto più inutile, quanto che nel presente Capitolo vedremo la sorgente dimostrativa di ciascun Genere; non già secondo i nomi imposti da' Greci, ma secondo la loro intrinseca natura.



Procedendo col mio metodo ho debito di dedurre dal presente sistema la stessa scala, e gli stessi Generi, se tale scala, e tali Generi sono voluti dalla natura. Premetto esser sificamente, e dimostrativamente certo, che la scala de' Corni da caccia, delle Trombe da fiato, e marina, non è intieramente la scala sopraffegnata; e pure in tali strumenti non vi ha luogo l' arbitrio umano, ma la sola natura. Ecco le due scale a confronto.

Scala de' suddetti strumenti



Scala pratica comune.

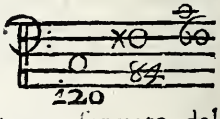
Primieramente nella scala de' suddetti strumenti vi è una nota musicale di più, ch' è la settima nota, quale non vi è, nè vi può essere nella scala pratica comune. Secondariamente la quarta, e sesta nota della scala comune inferiore non si accorda con le relative della scala superiore; e per questo non vi ho posta la linea di congiunzione, come nelle al-

altre tutte, quali si accordano tra loro all' unisono, e sono identiche dimostrativamente. Perchè dove nella scala superiore vi è la ragione di 11 a 10 tra le due note terza, e quarta, nella scala inferiore tra le due note relative terza, e quarta vi è la ragione di 16 a 15, cioè il semituono maggiore. Dove nella scala superiore vi è la ragione di 13 a 12 tra le due note quinta, e sesta, nella scala inferiore tra le due note relative quinta, e sesta vi è la ragione di 10 a 9, cioè il tuono minore. Dunque concludo esser dimostrativamente, e fisicamente impossibile la deduzione della scala pratica comune dalla scala armonica de' suddetti strumenti naturali.

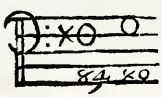
Ma nel presente sistema essendo tutto dedotto da' principj fisico, e dimostrativo dell' armonia integrale, ho debito di ricercare tal deduzione ne' principj stessi. Principio primo dimostrativo è la dupla in genere. Da questa ridotta a proporzione geometrica discreta con tutti li quattro mezzi si è dimostrato (propos. sesta, figura VII.) proceder la sestupla estensione, di cui sono radici quadrate l' estremo, e i mezzi della dupla. E però nella dupla, e ne' suoi mezzi, come in radici, sta l' armonia sestupla integrale. Ma le radici dimostrativamente sono lo stesso, che le basi dell' armonia fisicamente, cioè Bassi fondamentali. Dunque tutti li termini suddetti, perchè tutti egualmente radici quadrate, sono basi dell' armonia. E ciò in genere.

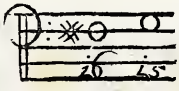
Da questa proposizione dipende la nozione intrinseca della natura della quinta diminuita, che in pratica si adopra come Basso fondamentale.

La sua radice dimostrativa è il mezzo geometrico 84; e però giustamente in pratica è Basso fondamentale, se



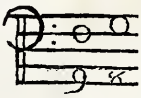
ben tra il semituono maggiore mezzo 84 (in nulla differentrinseca di-



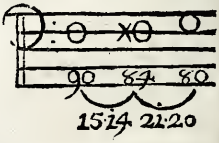


e il semituono formato dal meri primi 21, 20) vi sia 63 a 64. Per altro la inne dimostrativa del tuono

visio- è questa;



maggiore sesquiottavo dotto



e la dimostrazione è chiara nel prodi 14 per 15-210, di 20 per 21-420; e 210, 420 ragion dupla, come il prodotto di 8 per 9-72, di 6 per 6-36; cioè 36, 72. e come 8, 9, sono li mezzi formanti il centro geometrico discreto della dupla 6, 12; così il centro stesso 9, 8, è diviso nelle ragioni producenti la dupla; quali ragioni sostanzialmente so-

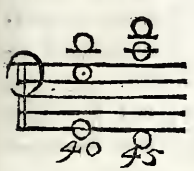
no

no la somma di 6,8; di 6,9; e di 8,12; di 9,12; e 6,8,9,12,

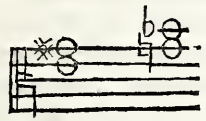
$\frac{6}{14}$ $\frac{6}{15}$ $\frac{8}{20}$ $\frac{9}{21}$

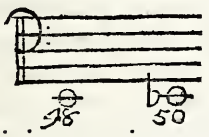
dupla geometrica discreta.

In specie poi, anzi in precisione si rileva negli esempj musicali 2,3,4, annessi alla figura VII, che le note musicali 40,45, dell' esempio 3 (dimostrate mezzi armonico, aritmetico della dupla 30, 60) sono basi d' armonia, perchè sono Bassi fondamentali delle due note relative $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ dell' esempio 2, e delle relative Dlasolrè, Ffaut dell' esempio 4.

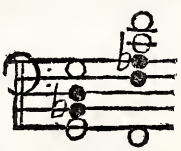


Così egualmente succede nelle due note musicali 48,50, dell' esempio 3 (dimostrate mezzi armonico, aritmetico della sesquialtera 40,60), quali sono basi dell' armonia formata dalle due note relative $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}$, dell' esempio 2, e dalle due note Gsolreut ※, Bfà dell' esempio 4.





Anzi in maggior precisione si trova, che nell' armonia dipendente da' due mezzi della dupla non vi sono terze maggiori, perchè queste appartengono alla sesquialtera, o sia quinta armonicamente divisa; e si tocca con mano la distinzione dell' armonia procedente dal Basso fondamentale de' due mezzi della dupla dall' armonia procedente dal Basso fondamentale de' due mezzi della sesquialtera. Sono due modi veramente diversi di armonia. Perchè la prima procedente da' due mezzi della dupla è bensì in proporzione armonica rispetto a' termini relativi dimostrativamente dedotti. Ma tale armonia non è ancora determinata, e concretata; il che tanto è vero, quantochè può ridursi all' armonia di terza minore aggiungendo agli stessi termini le note chiuse musicali.

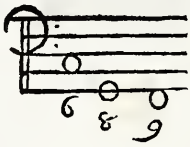


Ma non così rispetto all' armonia procedente da' due mezzi della sesquialtera, perchè questo modo è determinato, e concretato all' armonia di terza maggiore da' termini relativi dimostrativamente dedotti. Ed ecco provato praticamente il fondamento del presente sistema nelle due ragioni; dupla potenza armonica, e

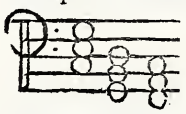
però principio potenziale; sesquialtera atto armonico, e però principio attuale del sistema. E' chiaro, che di questi due modi di armonia il primo è di massima semplicità, perch' è nella dupla; il secondo è di minor semplicità, perch' è nella sesquialtera. Egualmente è chiaro, che questi due modi sono nella tripla, come ragione di sistema, perchè sono inclusi dagli estremi $\overset{1}{2}, \overset{1}{6}$ dell' esempio 2.

Ciò premesso, e stabilito si fà evidente la origine della scala comune diatonica. Si trasporti l' armonia della sestupla armonica: non tutta, perchè superflua; ma quella sola porzione, che determina il sistema armonico, sopra le tre prime note musicali dell' esempio 3, già stabilite di natura di Bassi fondamentali. La porzione di armonia, che determina il sistema armonico, è la quinta, o sia sesquialtera armonicamente divisa. Le tre prime note musicali dell' esempio 3 sono l' estremo, e i due mezzi armonico, aritmetico della dupla geometrica discreta

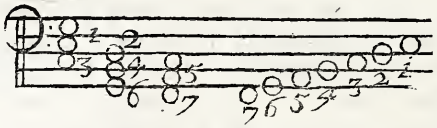
$6, 8, 9, 12$;



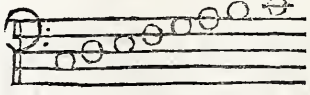
Il trasporto di quella tal porzione di armonia non è di arbitrio, ma di necessità, perchè essendo il sestuplo sistema armonico dell' esempio 2 il primo, e il principalmente voluto dalla natura, e il sistema dell' esempio 3 procedendo dagli avanzi del primo, non può aver altra legge di armonia se non la determinata dal primo, ch' è il suo principio, e la sua cagione. Dunque la sopraſſegnata. Dunque l' armonia delle tre note prime musicali dell' esempio 3 sarà.



Dico, che nelle tre armonie si trova la origine della scala comune diatonica in precisione di note musicali, e in precisione di ragioni. La precisione delle note musicali è patente, perchè separate le note dalle tre rispettive armonie; indi congiunte successivamente tra loro secondo la idea pratica della scala per righe, e spazi, verrà in rigor dimostrativo la scala.

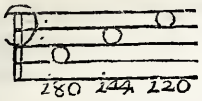


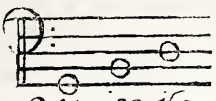
E per corollario cominciando dalla prima nota musicale Csolfaut, e trasportando in ottava acuta le note gravi, verrà la scala comune.

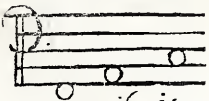


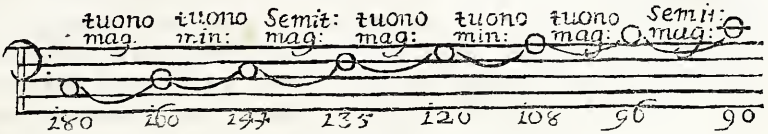
Dunque la scala procede dall' armonia, non l' armonia dalla scala. Dunque nel sistema musicale i tuoni, e semituoni non sono i minimi componenti; bensì le minime parti successive integranti.

Che

Che queſta ſcala ſia la comune in preciſione di ragioni, ſi dimoſtra. Siano. 

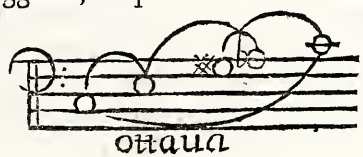
Saranno; 

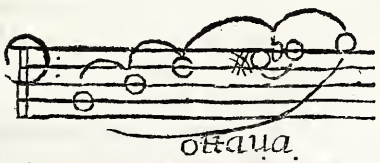
ſaranno. 

Dunque ſarà la ſcala. 

Dunque eguale alla ſcala comune in preciſione di ragioni.

Scoperta, e ſtabilita la origine della ſcala, vediamone l' uſo. La ſcala, che veramente ſi uſa, è la ſuddetta in preciſione di note muſicali, ma non in preciſione di ragioni. La cagione ſi è l' organo, e clavicembalo coſtituiti dall' uſo direttori, e regolatori dell' armonia muſicale. Di fatto il Baſſo organico rinchiude tutta l' armonia; e cantanti, e ſuonatori ſi accordano con l' organo per ben' intuonare. Ma organo, e clavicembalo (ſe non ſi moltiplichino i taſti a diſmiſura) non hanno altro intervallo perfettamente accordato, ſe non la ottava; e quaſi tutti gli altri intervalli di quinte, quarte, terze maggiori, e minori, tuoni, e ſemituoni ſono accordati per diſcretivo temperamento, e non ſecondo la ragione, o ſia forma dell' intervallo riſpettivo. Dunque è impoſſibile l' uſo della ſcala ſuddetta in preciſione di ragioni, perchè in tal neceſſario temperamento le ragioni reſtano alterate nella loro forma. Per averne idea concreta, nell' organo, o clavicembalo tre terze maggiori, e quattro terze minori devono compire, e integrare una ottava

terze maggiori 

terze minori. 

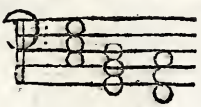
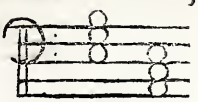
Dimoſtrativamente tre terze maggiori non arrivano a integrare la ottava. 64. 80. 100. 125. quattro terze minori eccedono la ottava.

64. ottava 128
625. 750. 900. 1080. 1296.
625. ottava 1250.

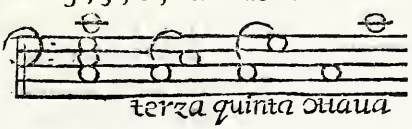
Dunque nel temperamento biſogna accreſcer la forma 4, 5, delle terze maggiori, perchè arrivino alla ottava; biſogna diminuire la forma 5, 6, delle terze minori, perchè non eccedano la ottava. Il peggio ſi è, che

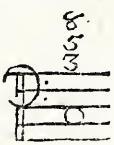
questo tal temperamento non ha certa legge. Chi lo vuole eguale, chi più, e meno partecipato, chi più in un luogo, che in un' altro. Ciò tanto è vero, quanto che presentemente e in Italia, e fuori d' Italia si studia molto per trovar quel tal temperamento ragionevole, in cui convengano, e si accordino le nazioni (in ciò tra loro discordanti), le quali fanno uso comune di questa musica, e di questi strumenti. Ma il caso è disperato, perchè non vi è luogo a temperamento nella forma delle ragioni di sistema; e il pretendere di diformar le ragioni con ragione è contraddizione manifesta. Questo caso ha più bisogno di prudenza, che d' altro; ed io lodo infinitamente il sentimento del Padre Valloti nostro Maestro come il più ragionevole di tutti, perchè il più prudente. Egli, dice, che si deve lasciare a' tasti bianchi dell' organo tutta la loro naturale perfezione; sì perchè sono li naturali del Genere diatonico; sì perchè di questi nel servigio Ecclesiastico se ne fa il maggior uso: riducendo la massima imperfezione a que' tasti neri, che sono i più lontani dal Genere diatonico, e di quasi niun' uso. In oltre osserva qual piacere risulta suonando l' organo (ed egli è stato eccellentissimo suonatore, come ora è compositore eccellentissimo, e vero Maestro dell' arte sua) dal confronto della perfezione maggiore, e minore degli accordi rispetto alle varie modulazioni, che occorrono. Se il temperamento fosse eguale, o poco più poco meno, non vi sarebbe certamente questo chiaro oscuro, quale in pratica produce ottimo effetto. Così egli intende, e per mio giudicio talmente bene, che non vi sia risposta ragionevole in contrario. Io nel mio Violino, dove suonando a doppia corda posso incontrar fisicamente la forma dell' intervallo, di cui è segno fisico dimostrativo il tal terzo suono, che deve risultare, ho il vantaggio per me, e per i miei scolari della sicura intonazione, e in conseguenza dell' uso reale della scala suddetta in precisione di ragioni. Bisogna però avvertire, che questa scala, benchè dimostrativamente dedotta, non è perfetta intieramente in ciascun possibile confronto delle note musicali costituenti. Tra Dlasolrè 160, Alamirè 108 in note musicali vi è la quinta, o sia sesquialtera, la di cui forma è 3,2. Ma comparando 160, 108 alla forma 3,2, vi è la differenza di 80,81. Dunque di tanto eccede Alamirè, o manca Dlasolrè per esser quinta perfetta. Lo stesso succede tra Dlasolrè, Ffaut, terza minore in note musicali. Ma la forma della terza minore essendo 5,6, e li numeri dimostrativamente risultati essendo 160, 135; comparati alla forma 5,6, si trova la stessa differenza 80,81, di cui o eccede Ffaut, o manca Dlasolrè. Questa ragione differenziale di 80,81, è il coma musicale famoso, sopra la di cui partizione per il temperamento dell' accordo tanto si è disputato, e si disputa ancora. Per me lo lascio a suo luogo, dove la natura lo ha posto senza pensare a dividerlo; e solamente osservo, (perchè me ne dà l' occasione) che nella scala suddetta si trova tal imperfezione non già nell' armonia

di

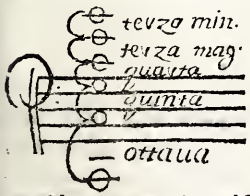
di terza maggiore,  ma nell' armonia di terza minore; non già in genere; perchè è armonia di terza minore di  ragioni perfette secondo la forma; ma in ſpecie, e preciſione imperfetta, perchè dipendente da Ffaut, ch' è mezzo aritmetico degli eſtremi dupli della ſcala, come per il contrario è perfetta l' altra, perchè dipendente da Gſolreut mezzo armonico de' ſuddetti eſtremi dupli, e da Cſolfaut termine principale della dupla. Queſto è un nuovo ſegno dimoſtrativo della perfezione dell' armonico, della imperfezione dell' aritmetico ſiſtema. Nulla di più m' impegno in queſto punto, ſopra cui attenderò, che ſi accordi tutta la muſical Profeſſione.

Paſſo alle conſeguenze, che vuol dire alla ſoſtanza del contrappunto incluſa intieramente nell' armonia, e nella ſcala. Si anderà per me ſvolgendo, e ſpiegando in tutte le ſue parti, le quali ſono molte, ſoſtanziali, e relative a tutto il ſiſtema. Per ordinare il diſcorſo premetto ciò, ch' ella ſa come nozione pratica comune; ed è, che il Baſſo organico non eſſendo una ſemplice nota muſicale, come ſono le appartenenti alle parti cantanti, e ſuonanti, s' intende in pratica, che porti ſeco inſeparabilmente, e per propria intrinſeca natura l' accompaguamento di terza, quinta, e ottava; qual accompagnamento ſi ſpiega (in cambio di note muſicali ſoprappoſte) co' numeri 3, 5, 8, intendendoſi la nota muſicale del Baſſo per il numero 1.



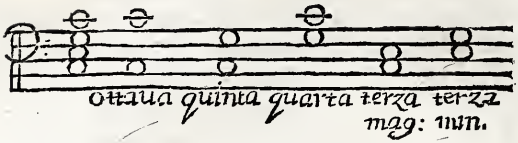


Queſti numeri non ſi ſegnano mai ſopra il Baſſo fondamentale, perchè vi s' intendono come inſeparabili dal medeſimo. Altri numeri dedotti da queſti devono ſegnarſi, e vi è perciò la regola pratica, che vedremo tra poco. Eſaminiamo ora queſti numeri indicanti le note dell' armonia integrale. Si è dimoſtrato, che la eſtenſione integrale dell' armonia è la ſeſtupla.

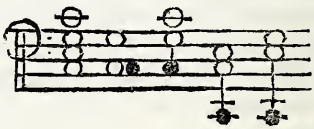


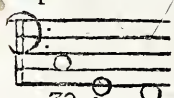
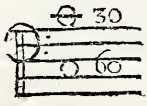
Comprende in ſe ſteſſa, come ſi vede nell' eſempio, una ottava, una quinta, una quarta, una terza maggiore, ed una terza minore. Quando nella pratica armonia del Baſſo organico vi ſiano incluſi tutti queſti intervalli, biſognarà dire, che vi ſia in compendio l' armonia integrale, e però che in pratica ottimamente s' intenda. Ma così è di fatto, perchè in queſte quattro note muſicali vi ſono tutti gl' intervalli

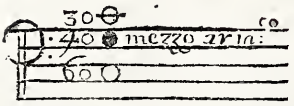
ſud-

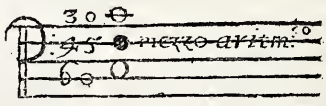
ſuddetti. 

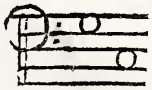
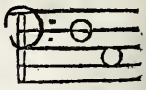
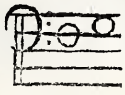
Dunque nell' armonia del Baſſo organico indicata da' ſuppoſti numeri $\frac{8}{5}$ 3 vi è il compendio dell' armonia ſeſtupla integrale. Dunque in pratica è ottimamente ſtabilito il Baſſo fondamentale co' ſuddetti numeri inſeparabili dalla nota indicante il Baſſo fondamentale.

A queſta poſizione di pratica armonia corriſponde dimoſtrativamente la porzione del ſeſtuplo ſiſtema ſoprapponendovi la ſola ottava del Baſſo fondamentale, quale per dignità vi s' intende, perch' è la dupla fondamentale del ſiſtema. Egualmente alla ſuddetta poſizione corriſponde ſificamente il terzo ſuono, ch' è il vero Baſſo ſifico, perch' è la ſua radice:  nulla importando, che il terzo ſuono riſpettivo alla quinta, e alla quarta ſia in ottava acuta del terzo ſuono riſpettivo alla terza maggiore, e alla terza minore; ma unicamente importa do, che ſia Cſolfaut, come lo è ſificamente. E però è inevitabile la poſizione di Cſolfaut, come nota di Baſſo fondamentale, perchè di neceſſità ſifica, e dimoſtrativa è tale riſpetto al ſiſtema armonico di terza maggiore, di cui preſentemente ſi tratta.

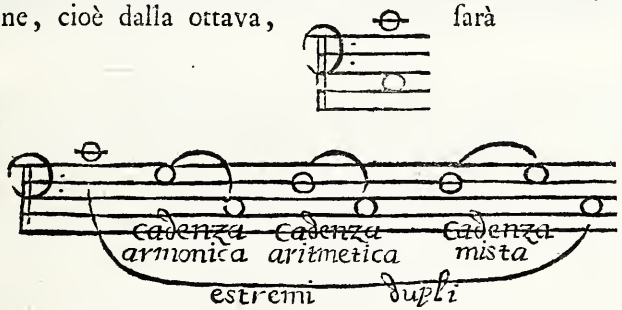
Ciò premeſſo, la prima conſeguenza, che naſce dalle tre note muſicali dell' eſempio 3  (inteſe ſempre come Baſſi fondamentali di armonia) è la nozione delle cadenze muſicali, e della loro natura. Si è dimoſtrato Gſolreut 40 mezzo armonico, Ffaut 45 mezzo aritmetico della dupla, o ſia ottava Cſolfaut, cfolfaut, cioè. 





La cadenza è denominata dal mezzo, e però date queſte due note ſucceſſive armoniſi chiadal  ſi chiama cadenza armonica, perchè procede dal mezzo co al ſuo eſtremo. Date queſte due note, ma cadenza aritmetica, perchè procede mezzo aritmetico al ſuo eſtremo. Date  queſte due note, ſi chiama cadenza miſta, perchè procede dal mezzo aritmetico al mezzo armonico. La cadenza armonica ſi è  chiamata dagli antichi Greci Autentica, la ca-

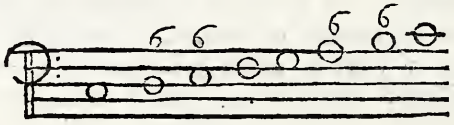
cadenza Aritmetica Plagale. Nulla a noi per ragione de' nomi; baſta ſapere la loro dimoſtrativa deduzione. La idea di queſte cadenze è appreſſo a poco la ſteſſa, che riſulta dal diſcorſo ben formato. Ciò, che nel diſcorſo è il ſenſo del periodo, è nella compoſizione muſicale la cadenza. L' effetto fiſico della cadenza armonica è di armonia forte, maeſtoſa, e vivace. Dell' aritmetica di armonia languida, ma dolce. Della miſta di armonia ſoſtenuta, e non intieramente determinata: quaſi punto ammirativo del diſcorſo. La loro intrinſeca natura riſpetto a' principj primi è di mezzo ad eſtremo, di centro a circonferenza: veri fulcri fiſici dell' armonia ſucceſſiva. Il loro ordine è dimoſtrativo, perchè inſeparabile dalla loro natura, e origine. La cadenza armonica è dimoſtrativamente la prima, e però la principale, e perfetta: corriſponde al ſiſtema armonico. La cadenza aritmetica è dimoſtrativamente la ſeconda, e però meno principale, e meno perfetta: corriſponde al ſiſtema aritmetico. La cadenza miſta è dimoſtrativamente la terza, e però la meno principale, e meno perfetta di tutte: corriſponde al ſiſtema geometrico, perchè compoſta da due mezzi armonico, aritmetico. Dato l' ordine dimoſtrativo delle tre cadenze, quali devono neceſſariamente intenderſi incluſe da due eſtremi, da' quali hanno la origine, cioè dalla ottava, farà



Da queſt' ordine dimoſtrativo dì cadenze, che forma un progreſſo di note di Baſſo fondamentale, naſce come da radice la modulazione muſicale; e voglio dire il paſſaggio di una nota di Baſſo fondamentale ad un' altra nota diverſa di Baſſo fondamentale. (Spiego in tal modo il nome di modulazione per uniformarmi al ſentimento, e intelligenza comune, perchè così in pratica s' intende la modulazione muſicale, che in tal ſenſo, ma più generale ſi chiama paſſaggio da un tuono ad un' altro, come ſi ſpiegarà a ſuo luogo). Però ne viene, che per formar la integrale modulazione di Cſolfaut (in pratica ſi dice coſtituire il tuono di Cſolfaut, e coſtituire il tuono di Cſolfaut vuol dire principiare, e finire il periodo muſicale in Cſolfaut ſecondo la natura delle cadenze a Cſolfaut appartenenti) la pianta dimoſtrativa ſia la ſuddetta, e in rigor matematico ſia inalterabile sì in ſoſtanza, che in ordine, perch' è principio primo, ed eſemplare *a priori*, da cui poi la pratica deve, e può dedurre altri modi di modulazione, ma ſempre da queſto dipendenti.

La

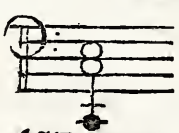
La ſeconda conſeguenza, che naſce dalle tre note medeſime dell' eſempio 3, come formanti le tre cadenze, e come incluſe dagli eſtremi dupli; in ſomma come dimoſtrativamente aſſegnate nell' addotto eſempio, in cui ſoſtanza, e ordine è inalterabile, ſi è il numero armonico della vera ſcala organica, e non della ſuppoſta. Mi ſpiego. Praticamente ſi adatta la ſcala diatonica comune al Baſſo fondamentale, e a queſta ſi ſoprappone per legge il tal numero organico indicante la tale armonia contenuta nelle parti cantanti, o ſuonanti, delle quali queſta ſuppoſta ſcala è il Baſſo fondamentale. Li numeri organici, che per legge ſi ſoprappongono, confeſſo di non ſaperli intieramente, perchè nelle ricerche da me fatte per averne eſatta cognizione ho trovato ne' Maeſtri, e Compoſitori varie opinioni. La maggior parte però conviene ne' ſeguenti ſoprappoſti.

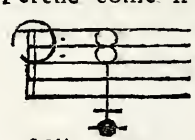


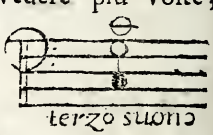
Per intender la loro ſignificazione biſogna notare in primo luogo, che quella nota, quale non ha numero alcuno, porta ſeco inſeparabilmente

$$\begin{matrix} 8 \\ 5 \end{matrix}$$

(come ſi è detto ſopra) li numeri 3, cioè terza, quinta, ottava. Non ſi ſegnano, ma vi s' intendono. Qualunque di queſte note è per ſe, e per propria intrinſeca natura il vero Baſſo fondamentale, il che ſi è dimoſtrato co' numeri ſteſſi, come compendio della ſeſtupla; e ſi rileva ſiſicamente dal terzo ſuono. Perchè come ſi è fatto vedere più volte,

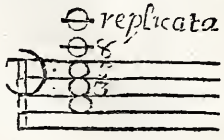
dato, 

dato, 

dato. 

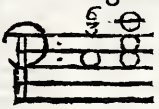
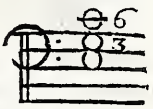
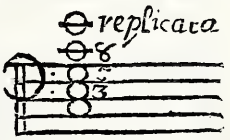
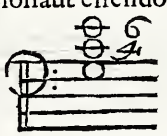
$$\begin{matrix} 8 \\ 5 \end{matrix}$$

Dunque la nota, ſopra cui s' intende il numero 3, è il vero Baſſo armonico fondamentale. Sia dunque chiamato (ſecondo l' eſempio addotto) Cſolfaut prima baſe.

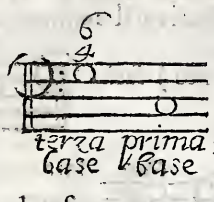
In ſecondo luogo Cſolfaut come prima baſe includendo nella ſua armonia altre note, poſſono egualmente prenderſi queſte per Baſſi fondamentali ogni qual volta conſervino eſattamente nel loro numero organico l' armonia di Cſolfaut. Per eſempio l' armonia di Cſolfaut come prima baſe, è. 

Laſciando fuori Cſolfaut, può prenderſi Elami, ch' è la ſua terza maggiore, e porlo per Baſſo fondamentale con la condizione, che li numeri ſoprapoſtigli conſervino l' armonia di Cſolfaut.

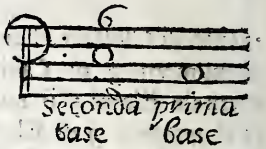
Dun-

Dunque per neceſſità dimoſtrativa il numero organico di Elami (in pratica ſi chiama l' accompagnamento) ſarà.  Perchè l' accompagnamento di Cſolfaut eſſendo, ſottratto Cſolfaut, reſta. Il numero 3 di Cſolfaut diventa la nota fondamentale Elami; il numero 5 di Cſolfaut diventa il numero 3 di Elami; il numero 8 di Cſolfaut  diventa il numero *6* di Elami; e li due numeri 3, *6*, vogliono dire terza, e ſeſta. Il numero 3 non ſi ſegna, mà vi s' intende. Il numero *6* ſi deve ſegnare, perch' è il ſuo ſegno preciſo diſtintivo; e come vi s' intende il numero 3 ſenza ſegnarlo, così vi s' intende il numero 8 (ch' è la ottava di Elami) ſenza ſegnarlo. Si chiami dunque Elami (come terza maggiore di Cſolfaut) ſeconda baſe a diſtinzione di Cſolfaut, ch' è la prima baſe. Laſciando fuori Cſolfaut, Elami, può prenderſi Gſolreut, ch' è la quinta di Cſolfaut, e porlo per Baſſo fondamentale con la ſteſſa condizione di conſervare ne' ſuoi numeri organici la ſteſſa armonia di Cſolfaut. Dunque per neceſſità dimoſtrativa il numero, o ſia accompagnamento organico di Gſolreut ſarà. Perchè l' armonia di Cſolfaut eſſendo  ſottratto Cſolfaut, Elami, reſta. Il numero 5 di Cſolfaut diventa la nota fondamentale  Gſolreut; il numero 8 di Cſolfaut diventa il numero 4 di Gſolreut; il numero 3 di Cſolfaut traſportato per ottava acuta in 10, diventa il numero *6* di Gſolreut. Queſti due numeri 4 ſi devono ſegnare, perchè ſono il ſegno preciſo diſtintivo, e vi s' intende il numero 8 (ottava di Gſolreut) ſenza ſegnarlo. Si chiami dunque Gſolreut (come quinta di Cſolfaut) terza baſe a diſtinzione di Elami ſeconda baſe, Cſolfaut prima baſe. Altre note muſicali non vi ſono nell' armonia di Cſolfaut, ſe non la ſua ottava acuta, ma in queſta ſi torna al numero primo 3.

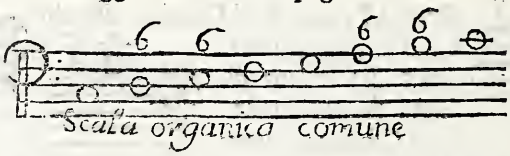
Di queſte tre baſi è chiaro, che la prima ha in ſe tutta la forza dell' armonia, perch' è la principalmente voluta dalla natura. La ſeconda baſe ha forza minore, ma ben uſata ha molta vaghezza. La terza baſe è di forza minima; e non molti ſono que' caſi, ne' quali ſi poſſa uſare con buon' effetto; e ciò circa l' uſo in generale. Ma la ſoſtanza è queſta, che poſto per eſempio Gſolreut per Baſſo fondamentale col numero 4, ch' è il numero della terza baſe, ſi deve intendere, che la di lui prima

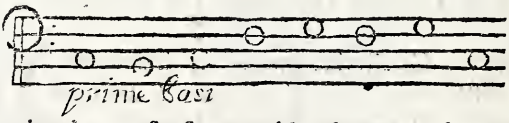


base sia una quinta più sotto Dato Elami per Basso fondamentale segnato col numero 6, ch' è il numero della seconda base, si deve intendere, che la di lui prima base sia una terza più sotto. A ragguaglio posto per esempio Alamire per Basso fondamentale senza numero alcuno, sarà prima base. La sua terza, ch' è il numero 3, sarà la seconda base; la sua quinta, ch' è il numero 5, sarà la terza base; e tutte le tre basi saranno della stessa armonia. Ma soprapposto il numero 6 allo stesso Alamire, ch' è il numero della seconda base, sarà cambiata immediatamente l' armonia prima, e sarà Ffaut la sua prima base, una terza più sotto. Allo stesso Alamire soprapposto il numero 6 4, ch' è il numero della terza base, sarà egualmente cambiata l' armonia prima, e seconda, e la sua prima base sarà Dlasolrè, una quinta più sotto.



Ciò spiegato ritorniamo a' numeri organici della scala diatonica comune posta per Basso fondamentale, e intesa dalla maggior parte de' Maestri, e Compositori, come legge dell' accompagnamento. Sia ridotta tutta a prime basi.

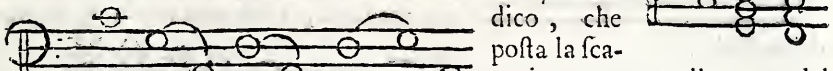




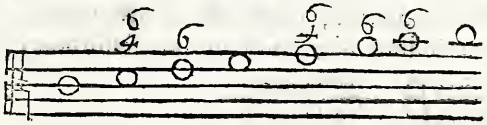
In questo esempio due cose sono evidenti. La prima, che l' armonia superiore, e inferiore è intrinsecamente la stessa. La seconda, che il progresso delle prime basi è talmente disordinato, e irregolare, che veduto da qualunque mediocre Compositore si conoscerà, e confessarà impraticabile. Ma se così è (e così è di fatto) come si può praticare il progresso della scala superiore, la quale intrinsecamente è lo stesso? E però se pessimo l' uno, e l' altro, come si può stabilire per legge di accompagnamento organico? Il fallo è nato da un falso supposto. Si è supposto, che la scala convenga tanto al Basso, quanto a qualunque delle parti cantanti, e suonanti; e sia quel dato, in cui tutte le parti gravi, medie, e acute debbano convenire. Il supposto è manifestamente falso, perchè la scala conviene di natura intrinseca alle parti medie, e acute. Le cadenze convengono di natura intrinseca alla parte grave, ch' è il Basso fondamentale; e le due cadenze principali procedono dimostrativamente per salto, e

non

non per ſcala, come ſi è veduto nell' eſempio delle cadenze. Per il contrario avendo io fatto vedere la deduzione della ſcala diatonica comune dall' armonia delle tre note di Baſſo fondamentale, e la deduzione delle tre cadenze incluſe da' ſuoi eſtremi dupli, dico, che ſoprapposta la ſcala diatonica comune alle note del Baſſo fondamentale dimoſtrativamente ordinate nelle cadenze, e negli eſtremi, queſte ſaranno il Baſſo fondamentale della ſcala diatonica comune, e ſi avrà il vero numero organico conveniente alla vera ſcala.



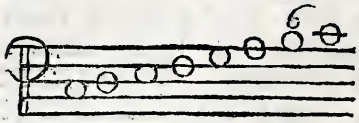
Cadenze armo: aritme: mista.



Cadenze armo: aritme: mista

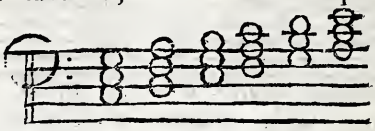
Le note ſottopoſte ſono dimoſtrate; le ſoprappoſte ſono dimoſtrate. Dunque ec. Ma così doveva eſſere, perchè ſe la ſcala ſi è dedotta dall' armonia delle tre note; e ſe da queſte tre note ſi ſono dedotte, e ordinate le tre cadenze, è chiaro, che la ſcala ſi riſolverà nell' armonia del ſuo principio, e della ſua radice. Ecco dunque ad evidenza l' inganno, in cui ſi è incorſo. Tanto è lontano, che la ſcala poſſa convenire al Baſſo fondamentale, quanto che anzi la ſcala è una deduzione dal Baſſo fondamentale. Non nego già, che per arte, e per deduzione da' principj primi non poſſa formarſi una ſcala, e valerſi di una ſcala per Baſſo fondamentale. Lo concedo, e lo approvo, ma ſenza pregiudizio di queſte due propoſizioni. La prima, che nè per natura, nè per arte ſarà mai deducibile con ragione la ſcala uſata, e oſſervata come legge dalla maggior parte de' Compoſitori, e Suonatori di organo, e clavicembalo. La ſeconda, che per ſe, per propria intrinſeca natura, e per principio primo è ſificamente, e dimoſtrativamente certo, che la ſcala diatonica comune non può aver altri numeri organici nell' armonico ſiſtema, ſe non i ſopraſſegnati a confronto delle cadenze. Salve queſte due propoſizioni, troppo vi è da dedurre con ragione, e con ottimo effetto. Tanto è vero, che i Compoſitori del ſecolo decimoquinto, uomini eccellentiſſimi nell' arte, uſarono per

Baſſo fondamentale la ſcala ſeguente coſtituita quaſi tutta di prime baſi.

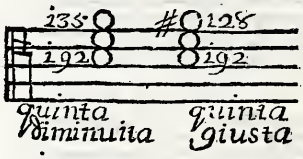


La regola principale di queſta ſcala è l' armonia, o ſia l' accompagnamento poſſibile di terza (o maggiore, o minore), di quinta naturale, e di ottava in qualunque nota della ſcala.

La ottava acuta vi s' intende



Reſta eſcluſo Bmì, come prima baſe, perchè la di lui quinta naturale non vi è (vuol dire la quinta, o ſia ſeſquialtera nella ſua forma di 3, 2; o come ſi conta in pratica, compoſta di tre tuoni, e un ſemituono); ma in vece ha una quinta diminuita di un ſemituono, ch' è in ragione di 128, 135.

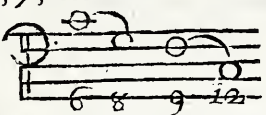


La ſcala diatonica comune non ammettendo nelle ſue note nè ✕, nè ♭, perchè non può eſſer alterata nella ſua natura; e le prime baſi non ammettendo in queſta ſcala, ſe non le quinte giuſte naturali; però Bmì non può eſſer nota di prima baſe. Deve poi eſſer ſeconda baſe. Perch' eſſendo la penultima nota, che con la ultima deve formar la cadenza armonica per determinare il tuono di Cſolfaut, non può eſſer ſe non ſeconda baſe, perchè di Bmì ſeconda baſe è prima baſe Gſolreut, che con Cſolfaut forma la cadenza armonica.

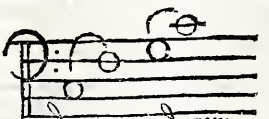
Queſta ſcala, ch' è compoſta di unità armoniche, e aritmetiche integrali, e però per intrinſeca natura tra loro diſgiunte, ha molte, e particolari bellezze, ma inſeparabili da qualche crudità di modulazione, da cui buona parte de' ſuddetti Compoſitori o non ha potuto difenderſi a cagione della pianta ſteſſa congiunta a molti impegni artificiali; o non ha voluto, non facendone ſtima. Queſta crudità, e aſprezza di modulazione naſce preciſamente da Elami terza nota della ſcala, perchè ſi è voluto coſtituire prima baſe. Da ciò ne viene, ch' eſſendo legge univerſale dell' armonia, (legge dedotta dalla ſua natura) che non ſolo vi ſia la intrinſeca congiunzione delle parti col ſuo tutto, ch' è il Baſſo fondamentale nell' armonia equitemporanea; ma che ſi mantenga la congiunzione, e il legame dell' armonia ſucceſſiva tra tutto, e tutto, cioè tra le note ſucceſſive di prima baſe, le quali ſono tutte Baſſi fondamentali, è certo, che nella ſcala ſuddetta la coſtituzione di Elami prima baſe ſi oppone a queſta legge, che per ſe è veriſſima. Perchè eſſendo chiuſo Elami prima baſe da Dlaſolrè anteriore prima baſe, da Ffaut poſteriore prima baſe, ſarà l' armonia delle tre note

ſuc-

ſucceſſive di prima baſe. Nel legame, o ſia relazione di queſt' armonia ſucceſſiva vi ſono due tritoni (il tritono è un' intervallo compoſto di tre tuoni, due maggiori, uno minore, la di cui forma è 32,45, e il di cui accordo è aſpro, e duro, e però proibito dalla pratica, in cui non ſi ammette ſe non con particolari condizioni). Ecco l' eſempio. Dunque un tritono aſcendente da Ffaut a Bmì, un' altro diſcendente da Bmì a Ffaut. Dunque relazione, e legame di armonia cattiva, e contro la natura dalla ſcala, quale come pratico principio primo, dev' eſſer legge della ottima armonia sì equitemporanea, che ſucceſſiva. Eſſendo impoſſibile, che vi ſia difetto ne' primi principj, è ſegno, che il difetto è nella deduzione da' principj. Si eſamini dunque il principio primo della ſcala ſuddetta. La pianta dimoſtrativa di queſta ſcala ſta nella dupla geometrica diſcreta 6,8,9,12, conſiderata nelle due ſeſquiterze 6,8, 9,12, congiunte ne' loro eſtremi dalla ragione ſeſquiottava 8,9, formante il centro della proporzione; e però in note muſicali ſarà.

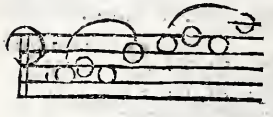


E' certo, che il progreſſo naturale della ſerie delle proporzioni geometriche diſcrete è ſecondo il progreſſo del numero aritmetico, cioè dal meno al più, che in pratica corriſponde dall' acuto al grave; ed è certo, che volendoſi formar ſcala della quarta acuta Cſolfaut 6, Gſolreut 8, la ſteſſa ſcala dovrà formarſi della quarta grave Ffaut 9, Cſolfaut 12, perchè ſono ragioni eguali. Dunque ſecondo il progreſſo naturale della proporzione la formazione della quarta acuta dovrà dar legge alla formazione della quarta grave. Dunque è impoſſibile, che trovandoſi Bmì ſeconda baſe nella quarta ridotta a ſcala, ſi poſſa trovar Elami prima baſe nell' altra quarta ridotta a ſcala; e però o nell' una, o nell' altra di queſte due note muſicali vi è l' errore. Ma in Bmì non vi può eſſere, perchè per natura della ſteſſa ſcala non può eſſer prima baſe, anzi per neceſſità della cadenza armonica dev' eſſer ſeconda baſe. Dunque l' errore è in Elami, quale in forza dell' eguaglianza dev' eſſer ſeconda baſe. Ma più; Lo dev' eſſer per neceſſità dimoſtrativa. La ſoſtanza dell' armonia nella ſcala ſuddetta aſcendente ſi riduce nella ſua pianta ſemplice alle due cadenze armoniche, la prima delle quali è determinata da Ffaut, la ſeconda da Cſolfaut; e però la prima cadenza determina il tuono, o ſia la modulazione in Ffaut; la ſeconda in

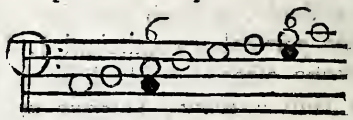


Cſol-

Cſolfaut . Dunque per neceſſità della ſua pianta ſemplice (ed è neceſſità dimoſtrativa) deve trovarſi nella pianta compoſta la cadenza armonica in Ffaut, come ſi trovà in Cſolfaut, per formar il tuono in Ffaut, com' è formato in Cſolfaut . Dunque la pianta compoſta dovrà eſſer,



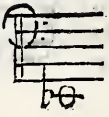
da cui la ſcala. Così la ſcala è ottinella ſua armonia



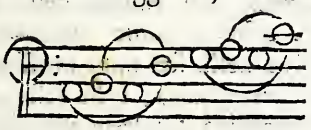
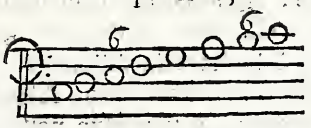
equitemporanea, e ſucceſſiva , e così non vi è errore . In conſeguenza non vi ſarà crudità, nè durezza nelle riſpettive modulazioni.

Giova poi ſapere in qual modo, e con qual ragione ſiano poſte nella ſuddetta ſcala le due note Dlaſolrè, Alamirè, come prime baſi, e come baſi di armonia aritmetica, cioè di terza minore. Per ſaperlo con ragione biſogna ſaper antecedentemente la legittima relazione, e diſtanza , che vi è tra le due ſcale di terza maggiore, e di terza minore. Voglio dire, che dall' armonia di terza maggiore deducendoſi la ſcala di terza maggiore ; dall' armonia di terza minore deducendoſi la ſcala di terza minore, come ſi ſa dimoſtrativamente qual è la prima nota della ſcala di terza maggiore, così deve ſaperſi dimoſtrativamente , qual debba eſſer la prima nota della ſcala di terza minore ; e in conſeguenza in qual relazione, e diſtanza ſi trovino tra loro queſte due ſcale ; il che è inſeparabile dal ſaperſi in qual relazione, e diſtanza ſiano tra loro le due armonie di terza maggiore, e di terza minore. Il ſaper queſto non è poca coſa , perchè per ſaperlo dimoſtrativamente biſogna aſſegnare una nota di Baſſo fondamentale, che nello ſteſſo tempo includa in ſe ſteſſa le due armonie di terza maggiore, e di terza minore in diverſo riſpetto ; ma tanto l' aſſegnazione, quanto il riſpetto diverſo devono eſſere dimoſtrativi. Queſta tal nota di Baſſo fondamentale , includente in ſe ſteſſa le due armonie di terza maggiore, e di terza minore in diverſo riſpetto , vi è nel preſente ſiſtema, ed è la ultima nota Elaſà 5o dell' eſempio 3 anneſſo alla Figura VII. Che includa in ſe ſteſſo le due armonie ſuddette è chiaro . Perchè poſto Elaſà per Baſſo fondamentale delle due note a confronto , cioè di Gſolreut $\frac{\text{I}}{6}$ dell' eſempio 2, e di Bfà dell' eſempio 4, ſi trova Elaſà prima baſe di armonia di terza maggiore .

Poſto Elaſà (ſecondo la propria natura di mezzo aritmetico della ſeſquialtera , o ſia quinta già altrove dimoſtrato) a confronto di Cſolfaut graviſſimo, come Baſſo fondamentale coſtante (egualmente altrove dimoſtrato), e a confronto dello ſteſſo Gſolreut $\frac{\text{I}}{6}$ dell' eſempio 2,



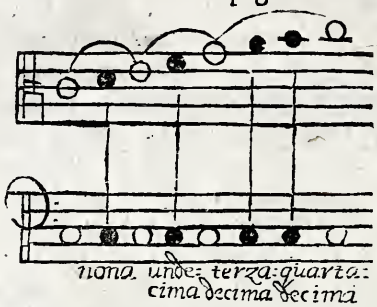
ſi trova Elaſà ſeconda baſe

ſe di armonia di terza minore, di cui è prima baſe Cſolfaut Baſſo coſtante. Dunque reſta dimoſtrato, che Elafà include in ſe ſteſſo le due armonie di terza maggiore, e di terza minore. La ſua aſſegnazione è dimoſtrativa, come ſi vede dall' anneſſa Figura VII. Il riſpetto è dimoſtrativamente diverſo, perchè l' armonia di Elafà è di terza maggiore riſpetto a' ſeni, e di terza minore riſpetto alle corde. Dunque ec. Aſſegnata queſta nota, reſta dimoſtrato, che la ſcala di terza maggiore alla ſcala di terza minore è in diſtanza di ſubſeſquiquinta, o ſia di terza minore. Perchè da Elafà prima baſe (armonia di terza maggiore) a Cſolfaut prima baſe di Elafà ſeconda baſe (armonia di terza minore) vi è la diſtanza di terza minore. Le ſcale di terza maggiore, e di terza minore ſono dedotte dalle armonie riſpettive di terza maggiore, e di terza minore. Dunque dalla ſcala di terza maggiore alla ſcala di terza minore vi è la diſtanza di terza minore. Dunque data qualunque ſcala di terza maggiore, la ſcala relativa di terza minore ſarà più grave di una terza minore. Dunque data la ſcala di terza maggiore in Cſolfaut, la relativa di terza minore ſarà in Alamirè. Data la ſcala di terza maggiore in Ffaut, la relativa di terza minore ſarà in Dlaſolrè. Queſte in preciſione ſono le due note Dlaſolrè, Alamirè di prima baſe, poſte nella ſcala ſuddetta, e congiunte relativamente al ſuo principio di armonia di terza maggiore, da cui procedono nella ſeſquiterza, o ſia quarta comune,  da cui  .

L' effetto dell' armonia di queſta ſcala nelle ſue modulazioni non può non eſſer ottimo, perchè include in ſe ſteſſa le due armonie di terza maggiore, e di terza minore a differenza della ſcala dedotta dall' armonia delle tre cadenze, quale è tutta per intrinſeca natura di armonia di terza maggiore. E però queſta, ch' è tutta di genere armonico, avrà bensì più forza; ma quella, ch' è miſta de' due generi, armonico, aritmetico, avrà più varietà, e più dolcezza. Chi ſaprà opportunamente valerſi o dell' una, o dell' altra, o della loro congiunzione ſecondo la natura de' Temi muſicali, avrà l' effetto, che pretende ottenere. Conchiudo, che riſpetto all' armonia, e modulazione io non trovo nel preſente ſiſtema ſe non queſte due ſcale ſole, come principj primi, e leggi univerſali. Qualunque altra da queſte diverſa, ſe ſarà buona, e regolare, ſarà di arte, e di deduzione: non ſarà mai principio, nè legge.

La terza conſeguenza, che naſce intrinſecamente dalla ſcala ſuddetta, come formata di note ſucceſſive, è la ſpiegazione della natura di ciaſcuna nota della ſcala, riſpettiva a due ſiſtemi, conſonante, e diſſonante. Alla ſcala ſuddetta ſi ſottoponga Cſolfaut, come Baſſo fondamentale coſtan-

ſtante, e nella ſcala ſi diſtinguano le note dell' accompagnamento conſonante di Cſolfaut, cioè di terza, quinta, ottava, dalle note, le quali neceſſariamente reſtano eſcluſe dall' accompagnamento. Sarà dunque.

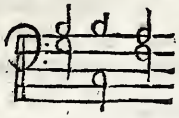
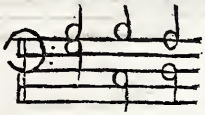
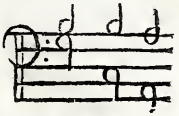


Dalle note eſcluſe ſi deduce praticamente la natura, e l' ordine congiunto al maneggio delle diſſonanze, come altrove ſi è dedotto dimoſtrativamente. La natura, perchè qualunque delle note eſcluſe ſi voglia congiungere all' accompagnamento conſonante, la proporzione dell' accompagnamento, la quale per ſe è di genere ſemplice o armonico, o aritmetico, diventa compoſta di doppio genere, cioè o armonico, e geometrico; o aritmetico, e geometrico; e però incompatibili tra loro, ſe non nel ſiſtema diſſonante. L' ordine delle diſſonanze congiunto al loro maneggio, perchè Dlaſolrè, come nona, è la prima diſſonanza, e ſi riſolve nella ſua nota proſſima Cſolfaut diſcendente per tuono. Ffaut, come undecima, o ſia quarta, è la ſeconda diſſonanza, e ſi riſolve nella ſua nota proſſima Elami diſcendente per ſemituono. Alamirè come terzadecima, o ſia ſeſta, è la terza diſſonanza, è ſi riſolve nella ſua nota proſſima Gſolreut diſcendente per tuono. Le tre note della riſoluzione delle diſſonanze ſuddette ſono le preciſe dell' accompagnamento conſonante del ſottopoſto Cſolfaut, come prima baſe; cioè Cſolfaut, come prima baſe, riſolve la nona; Elami, come ſeconda baſe di Cſolfaut, riſolve la undecima; Gſolreut, come terza baſe di Cſolfaut, riſolve la terzadecima. E però le ſuddette tre diſſonanze ſi riſolvono ſopra la ſteſſa prima baſe Cſolfaut per intrinſeca natura della ſcala, e della coſtituzione del tuono di Cſolfaut riſpetto alle ſue cadenze armonica, aritmetica, quali (come ſi è veduto altrove) apparecchiano, e riſolvono le ſuddette diſſonanze.

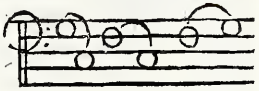
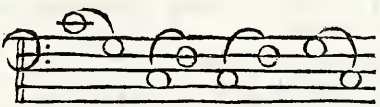
Non così della quartadecima, o ſia ſettima Bmì, che nell' ordine è la quarta diſſonanza. Avendo proſſimo diſcendente per tuono Alamirè, quale non è incluſo nell' accompagnamento conſonante di Cſolfaut, perchè non è nè terza, nè quinta, nè ottava, ma ſeſta di Cſolfaut, è però impoſſibile, che la quartadecima, o ſia ſettima ſi riſolva in conſonanza ſopra la ſteſſa baſe, di cui è diſſonanza. Perciò nella riſoluzione della ſettima è forza, che la prima baſe della diſſonanza paſſi ad una baſe diverſa per riſolvere la diſſonanza. Ma queſta non potendoſi riſolvere ſe non

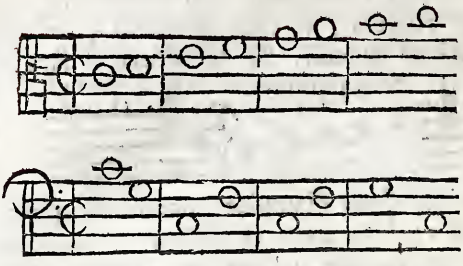
in

in consonanza, e i numeri consonanti non essendo se non 3, 5, 8, non potrà la settima esser risoluta, se non in terza, in quinta, e in ottava rispettive ad una base diversa. Se in ottava, sarà.

Se in terza.  Se in quinta.  

In questo esempio della scala diatonica comune congiunta al Basso fondamentale delle cadenze vi sono tutte le dissonanze pratiche musicali; non vi sono le due dissonanze dedotte dal presente sistema, cioè Gsolreut ※, Bsà, dell' esempio 4 annesso alla Figura VII. Di queste si parlarà in fine del Capitolo, perchè non sono del genere diatonico.

La quarta conseguenza, che nasce dalla scala, e dal Basso fondamentale suddetto, è la misura, o sia battuta musicale; il senso, e periodo musicale; il ritmo, o siano gli accenti musicali. La misura. Due note successive sono necessarie per formar cadenza, cioè uno de' mezzi della dupla col suo estremo, e li due mezzi tra loro, come già si è spiegato. Ma si osservi, che come nell' esempio tutte le cadenze si sono riportate a Csolfaut nota principale del tuono, e a' due mezzi rispettivi (prima intenzione di natura), così senza dubbio alcuno in seconda intenzione di natura si possono considerar le cadenze in loro stesse, come nascono immediatamente, e dimostrativamente, cioè.   In questa posizione è chiaro, che le cadenze sono di egual natura tra loro, come le note, che la compongono. E la nota, che propone la cadenza, è di egual natura alla nota, che determina la cadenza, come il mezzo è di egual natura al suo rispettivo estremo. Se di natura eguale, dunque di valor eguale di tempo, quando si vogliano ridurre a misura di tempo le note suddette (cosa necessaria in pratica per ridurre, e mantenere in unità equitemporanea di armonia le parti cantanti, e suonanti). Dunque le otto note musicali formanti le quattro cadenze devono esser tra loro di egual valore, perchè sono tra loro di egual natura. Indi il tempo alla breve, in cui ciascuna cadenza forma una battuta di due tempi eguali, uno in giù,



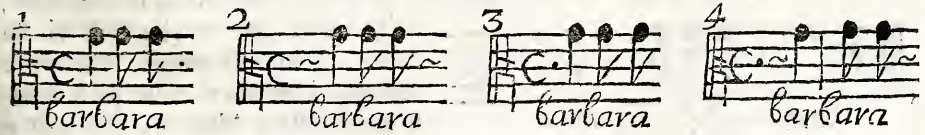
l' altro in fume da prinfura procedono li ; e queſto ne con la forpla diſegnata in Come A B è ecosì la prima nota della battuta è eguale in miſura di tempo alla ſeconda. Come A B, B C integrano la linea A C, così le due note integrano la battuta. Oltre la forma di miſura 1, 2, vi è la forma di miſura 2, 3 ; come quella dalla dupla, così queſta dalla ſeſquialtera Come A B è eguale a B C, C D, così la prima nota è eguale a ciaſcuna delle altre due in queſto tempo. Come A B, B C, C D integrano la linea A D, così le tre note eguali integrano la battuta di queſto tempo, che praticamente ſi chiama di Tripola (nome corrotto da Tripla). Come le due ragioni dupla, e ſeſquialtera ſono il fondamento integrale del muſicale ſiſtema, così li due tempi ſuddetti relativamente dedotti ſono il fondamento integrale della miſura, o ſia battuta, oltre di cui nulla vi è da ſperare di buono. Ciò tanto è vero, quanto che molti avendo tentato altre forme di miſura, invece di buon effetto han trovato ſomma confuſione; e così ſuccederà ſempre.

Da queſto tempo, cocipio primo di migli altri tempi eguatempo ha correlaziooma 1, 2, della dulinea A B C, guale in linea a B C, A B C D

Da tal miſura, per cui ſi dividono le ſuddette cadenze, naſce il ſenſo muſicale, e da molti ſenſi il periodo. Si è detto altrove, che la cadenza è fulcro di armonia. Qui ſi conferma, e ſi ſpiega. Nell' eſempio ſopraddotto il primo progreſſo del Baſſo è da Cſolfaut (nota principale del tuono) a Gſolreut mezzo armonico, e con ciò ſi forma una cadenza, e una battuta. Qui vi è dunque ſenſo muſicale, perchè vi è la ragione dell' eſtremo al mezzo armonico. Il ſecondo progreſſo è da Cſolfaut a Ffaut mezzo aritmetico, e con ciò ſi forma un' altra cadenza, e battuta. Qui egualmente vi è ſenſo muſicale, perchè vi è la ragione dell' eſtremo al mezzo aritmetico. Ma queſto ſecondo ſenſo è certamente diverſo dal primo quanto è diverſo il mezzo aritmetico dal mezzo armonico. Dunque tra il primo, e il ſecondo ſenſo vi è intrinſeca diviſione, perchè vi è intrinſeca diverſità. Il punto di queſta diviſione io lo chiamo fulcro di armonia, quale ſi trovarà ſempre tra la nota, che determina la cadenza, e la nota ſucceſſiva, che propone la nuova cadenza. Se poi ad altri piaceſſe chiamarlo altrimenti, ſi chiami pur come ſi vuole; baſta che così s' intenda, perchè così è. Da queſti ſenſi determinati dalle cadenze ſi forma il periodo intiero di quattro battute di tempo alla breve, come ſi vede nell' eſempio ſuddetto, e queſto è l' eſemplare di natura, a cui nulla aggiun-

giungo del mio, se non la osservazione. Non però deduco la conseguenza, che questi primi esemplari devano esser legge inalterabile universale. Mancarebbe alla musica una bellezza, ch' è la varietà in qualunque rispetto. Ma dirò bensì, che la varietà stessa deve avere in ciascun rispetto il suo esemplare, acciò non si divaghi a talento; e che il determinar le cadenze a suo luogo, e il ridurre il senso musicale a giusto periodo giova infinitamente alla spiegazione del tema, che si propone, e alla chiarezza, e intelligenza del tema in chi ascolta.

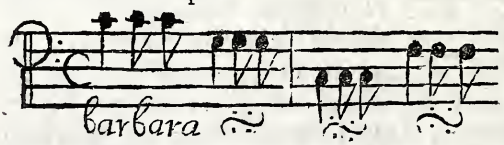
Dalle cadenze ridotte a battuta nascono gli accenti musicali, cioè accenti lunghi, e brevi nello stesso senso, che sillabe lunghe, e brevi. Se il ritmo de' Greci voglia dir questo, o altro, nulla a me. Io intendo accento lungo, e breve. Questo nella nostra musica è un punto di vista curioso. E' certo, che noi abbiamo nella musica le note corrispondenti al valor delle sillabe. Dato per esempio un dattilo nella parola bărbara, abbiamo in giustissima relazione una minima, e due semiminime, perchè la minima vale due semiminime, e però in precisione la minima è la sillaba lunga, le due semiminime sono le due sillabe brevi. Abbiamo una semiminima, e due crome per la stessa ragione, che la semiminima vale due crome, e però quella, sillaba lunga, queste sillabe brevi. Abbiamo per la stessa ragione una croma, e due semicrome ec. Dunque appare, che adattando un dattilo a tre note musicali in genere, la prima delle quali vaglia il doppio delle due seguenti, sia conservata rigorosamente la natura di quantità delle tre sillabe; cioè la prima lunga, e le altre due brevi. Appare, ma non è. La cagione non dipende dal valor delle note, le quali rigorosamente ne' dati esempj corrispondono al valor delle date sillabe. Dipende dal luogo della battuta, dove si porranno le tre note suddette. Sia il tempo ordinario, ch' è il più comune, e le tre sillabe siano espresse da una semiminima, e da due crome. Ecco in quanti luoghi della battuta di tempo ordinario è possibile la posizione.



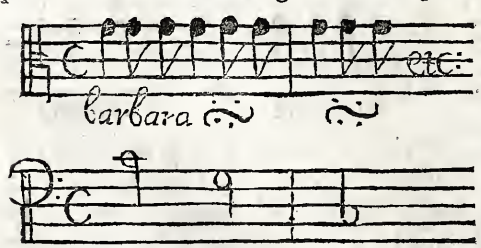
Altre posizioni non sono possibili, perchè si torna alla prima. Ora è un fatto, che la prima, e la terza posizione risponde esattamente al valor delle sillabe. La seconda, e la quarta non risponde altrimenti, perchè la seconda sillaba, ch' è breve, diventa lunga, e il risultato della pronunzia musicale ad onta della nota breve, e contro la volontà del musico è realmente bărbăra. Le note musicali essendo sempre le stesse, il dattilo sem-

pre lo ſteſſo, è chiaro, che la ragione del cambiamento della ſillaba breve in lunga è il luogo, e non altro. Ma nella prima, e terza poſizione il dattilo reſta nella ſua giuſta forma di miſura, e il luogo della ſillaba lunga è il principio, e il mezzo della battuta, cioè il primo, e il terzo quarto; Per il contrario nella ſeconda, e quarta poſizione il dattilo non reſta nella ſua forma, ma ſi cambia in un' Antibacchio; e il luogo della ſillaba breve cambiata in lunga è il mezzo della battuta, e il principio della ſuſſeguente, cioè (come ſopra) il primo, e il terzo quarto della battuta. Dunque per natura intrinſeca del luogo nel principio, e nel mezzo della battuta di tempo ordinario vi è l' accento lungo (e in conſeguenza la ſillaba lunga) indipendentemente dalla parola, e dall' arbitrio umano. Ciò tanto è vero, quanto che ſottoponendo lo ſteſſo dattilo alle ſteſſe tre note in modo, che la ultima ſillaba ſia principio, o mezzo di battuta,

la ultima ſillaba diventa lunga, bărbarā; nè la diligenza del muſico, nè l' arte del compoſitore nell' abbreviar la ultima nota quanto ſi può rimedia al fatto, che così inevitabilmente ſuccede. Io non ho altra ragione di queſto fatto, ſe non la ſopraſſegnata delle cadenze ridotte a battuta, come compoſte di due note di egual natura, e però di forza eguale; come fulcri di armonia; e come ſenſi muſicali. E' certo, che dividendo l' eſempio addotto delle cadenze nel modo ſeguente



ec., e ſottoponendovi tanti dattili, reſtano intieramente nella loro forma. E' certo, che traſponendo in qualunque altro modo la ſuddetta poſizione, quando con la ſillaba lunga non s' incontri la cadenza o in battere, o in levare, cioè o nel principio, o nel mezzo della battuta, le ſillabe brevi ſi cambieranno in ſillabe lunghe. E' certo finalmente, che ſe per obbiettare ſi aſſegni l' eſempio ſuddetto in note ſempre uniſone,



nelle quali appare che non vi ſia cadenza, io riſponderò, che vi è cadenza intrinſeca nelle prime baſi ſottopoſte. Altro è, che non ſi voglia la cadenza nell' armonia propoſtaſi dal compoſitore, quale può proporſi, ſe vuole, una, e più battute ſopra lo ſteſſo Baſſo fondamentale: altro è, che in ſpecie nella maggior parte di tali caſi pratici non vi ſia intrinſecamente la cadenza; e che in genere, e ſecondo il primo eſemplare di natura non ſi voglia dall' armonia muſicale la caden-

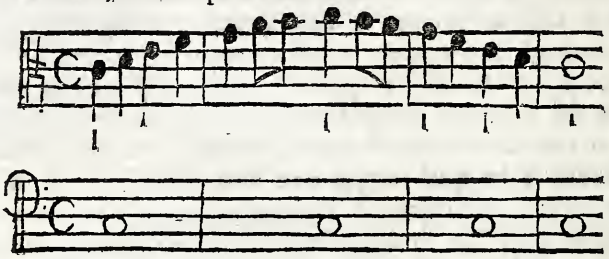
za

za nel luogo ſuddetto. Queſto baſta, ed avanza per la mia ragione, da cui ſon perſuaſo, e convinto; cioè che l' accento lungo ne' due luoghi indicati proceda dalla forza della cadenza, di cui quello è il luogo naturale. Si voglia poi, o no la cadenza dal Compoſitore, reſta non oſtante l' accento lungo ne' due luoghi ſuddetti, come indipendente dall' arbitrio umano, dalle note, e dalle ſillabe. Il più ſi è, che mi è noto abbaſtanza il pregiudizio contratto dal lungo uſo della battuta, per cui una Orcheſtra intiera per lo più ſi accorda nell' accentare, o ſia percuotere con maggior forza la prima nota di ciaſcun quarto del tempo ordinario, e molto più le due note del battere, e levare del tempo alla breve, perchè o così ſi vede batter la miſura dal direttore della Orcheſtra, o così ciaſcuno batte da ſe o co 'l piede, o con la mente. E però formato, e prevenuto l' animo dal coſtume di ſentire in que' luoghi una nota più forte, e in apparenza più lunga delle altre, va cercando ragione di ciò, che altro non è ſe non uſo, e pregiudizio. Lo ſo beniſſimo, ma ciò non oſtante rimango nella mia opinione. Il fatto ſi è, che indipendentemente da coſtume muſicale ho oſſervato più volte io ſteſſo i balli popolari, e contadineſchi diretti da un Cembalo: Strumento, com' ella ſa, ſenza ſuono, e che (non poſſo dire, ſi ſuona) ſi tratta dalla mano ſottopoſta a forza di ſole percuſſioni. Tre coſe ho rilevato ad evidenza; percuſſioni maggiori, e minori equivalenti a lunghe, e brevi; relazione eſattiſſima alle due miſure muſicali di tempo alla breve, e di tripola; le percuſſioni maggiori ſempre nel principio della miſura relativa. Giacchè tal occaſione qui, e in villa è frequente, ella Sig. Conte non la perda, e oſſervi; avrà maraviglia, e piacere di tanta preciſione. Eſſendo io convinto da un fatto di natura, e perſuaſo, che in eguali circoſtanze lo ſteſſo debba ſuccedere appreſſo qualunque Nazione, devo credere alla mia ragione appoggiata, e provata da un fatto, che mi libera da qualunque ſoſpetto di pregiudizio.

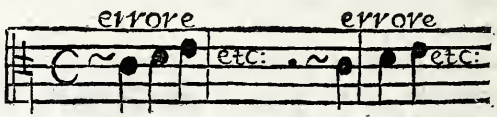
Tuttociò reſta mirabilmente confermato dalla natura delle note diſcordanti. Queſte note riſpetto all' armonia non ſono nè conſonanti, nè diſſonanti. Non conſonanti, perchè in niun modo ſono incluſe nell' armonia dell' accompagnamento conſonante di terza, quinta, ottava; e ſi vuol dire, che non ſono nè in terza, nè in quinta, nè in ottava del Baſſo fondamentale. Non diſſonanti, perchè ſebben le note diſcordanti s' incontrano negl' intervalli di nona, undecima, terzadecima, e quartadecima, quali tutti ſono intervalli delle diſſonanze, e però comuni alle note diſcordanti, e alle diſſonanti; nondimeno la loro natura, e il loro maneggio è ben diverſo dalla natura, e maneggio delle note diſſonanti. Perchè queſte devono apparecchiarſi, e riſolverſi; quelle ſi maneggiano ſciolte da queſta condizione, per ſe ſole, aſcendenti, e diſcendenti. Le due condizioni neceſſarie al loro uſo ſono; prima, che ſiano chiuſe tra le note conſonanti anteriori, e poſteriori dell' accompagnamento ſuddetto di terza, quinta, ottava, alle quali devono eſſer congiunte, come a loro principio, e loro ſcheletro

(quaſi

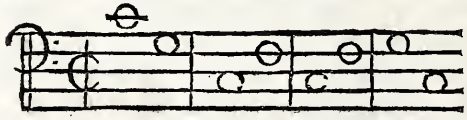
(quasi vesti del corpo di armonia consonante). Seconda, che nella battuta musicale abbiano il loro luogo preciso, fuori di cui l' uso loro diventa un solleciſmo musicale. La loro origine è dalla scala ascendente, e discendente, ridotta a battuta in modo, che le note dell' accompagnamento consonante di terza, quinta, ottava si trovino nel principio, e nel mezzo della battuta: supposto il tempo ordinario, e supposto Csolfaut Basso fondamentale costante, come prima base.



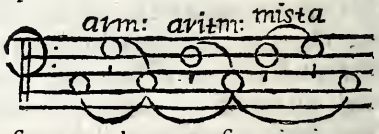
In questo esempio, ch' è di prima semplicità, e però esemplare della deduzione di modi infiniti, è chiaro non esservi cadenza alcuna, perchè il Basso è una sola nota, e prima base costante. E' chiaro, che le note della scala sottosegnate sono l' accompagnamento consonante di Csolfaut prima base, e sono tutte nel principio, e nel mezzo della battuta. E' chiaro (e convengo con la intelligenza, e pratica universale) che l' anteporre, o il posporre per un quarto le suddette note sottosegnate è un solleciſmo musicale.



Ma questa scala essendo dedotta per arte (rispetto alla misura, o sia battuta) dalla scala anteriore, dimostrata per natura di parti eguali nel valore delle note a cagione delle cadenze, cioè;



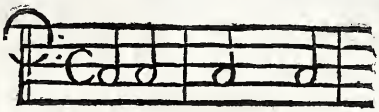
e queste essendo dedotte dal principio primo assoluto delle cadenze,

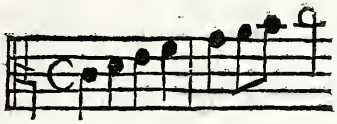


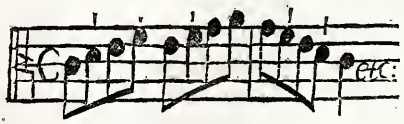
è altrettanto chiaro, che il principio primo assoluto delle cadenze è in Csolfaut per intrinseca natura. Da questo principio primo sottratte le note superiori acute sottosegnate, restano li quattro Csolfaut inferiori, con i quali s' incontrano identicamente li quattro Csolfaut sottoposti alla scala ridotta a tem-

po

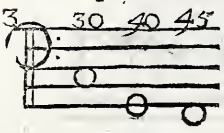
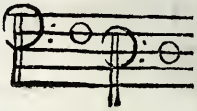
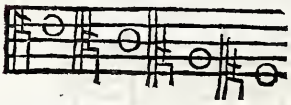
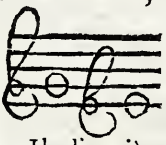
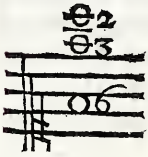
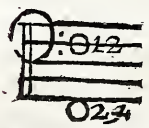
po ordinario, e abbreviata per arte. La pro-



va è chiara aggiungendo le note ſottratte. 

Dunque la veriſſima regola di porre nel ſecondo, e quarto luogo, o ſia quarto della battuta le note diſcordanti procede dal principio primo aſſoluto delle cadenze in Cſolfaut, quale per intrinſeca natura deve trovarſi nel primo, e terzo luogo, o ſia quarto della battuta. Ma ciò ſuccede in forza della cadenza. Dunque concludo di nuovo, che l' accento lungo ne' due luoghi ſuddetti procede dalla forza della cadenza: nulla importando, che ſia eſpreſſa, o no, perchè è prima intenzione di natura, che debba eſſervi, e che quelli ſiano i ſuoi luoghi. Sono infinite le deduzioni da queſto eſemplare, come principio primo, e importano un trattato pratico intiero. Ma io intendo di ſtabilire i principj primi eſemplificati quanto biſogna, e nulla più: ſapendo quanto ella ſappia ben dedurre da ſe. Aggiungo ſolamente per ſuo comodo la traccia delle deduzioni di queſte note diſcordanti, perchè ſi può dire un corollario della propoſizione. Se le note diſcordanti nel tempo ordinario non poſſono uſarſi ſe non nel ſecondo, e quarto luogo della battuta, perchè devono eſſer chiuſe dalle note dell' accompagnamento conſonante, quali devono avere il primo, e terzo luogo della battuta, dunque a ragguaglio potranno uſarſi molto più ne' quarti della battuta  e negli ottavi ec. *In ſomma in maggior reſtrizione di mezza battuta quanto ſi vuole; in maggior dilatazione di mezza battuta non mai*; e ſarà il nono Canone muſicale per le note diſcordanti. Può aver qualche ecce-

eccezione riſpetto a que' tali modi di eſpreſſione muſicale, i quali ſono familiari al guſto corrente, in cui non ſi fa ſcrupolo di porre per ſoſtanza ciò, ch' è modo della ſoſtanza; vuol dire in cambio delle note fondamentali della cantilena i modi di buon guſto dedotti dalle note medeſime. Nell' uſo di tali modi s' incontraranno beniſſimo le note diſcordanti nel principio, e nel mezzo della battuta. Ma eſſendo queſta più che altro una licenza poetica del ſecolo corrente, nulla pregiudica alla verità del Canone ſuddetto.

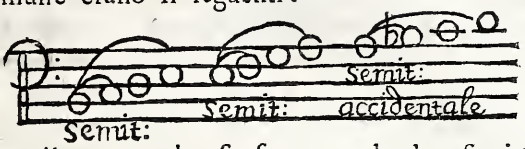
La quinta conſeguenza, che naſce dalle tre note dell' eſempio,  è la deduzione delle chiavi muſicali di Ffaut, Cſolfaut, Gſolreut. Di Ffaut per i Baſſi.  Di Cſolfaut, per i Tenori, Contralti, mezzi Soprani, e Soprani.  Di Gſolreut per i Violini, Oboè, Flauti, ec.  Gli eſtremi naturali di grave, e acuto, e la relazione del mezzo nella tale eſtenſione della voce umana ſono appreſſo a poco;  che vuol dire in duodecupla. Il di più nella voce umana è raro; negli ſtrumenti la eſtenſione è maggiore in grave, e molto più in acuto, ma con poco buon' effetto. Paſſo di volo per queſte materialità muſicali, baſtandomi aver indicato il loro principio nelle tre note ſuddette: principio abbondantiſſimo, perchè, com' ella ſin' ora ha veduto, da queſto procede quaſi tutto il formale, e il materiale della noſtra muſica. Ma converrà andar ben adagio nelle ſcale relative alle chiavi ſuddette, inteſe come modi sì nel noſtro ſenſo moderno, come nel ſenſo degli antichi Greci. A tal biſogno ſarà iſtituito il Capitolo ſeguente. 

La ſeſta, e ultima conſeguenza è la ſorgente naturale de' due generi, cromatico, enarmonico, chiaramente indicata dall' eſempio 4 delle diſſonanze muſicali. La natura di queſti due generi è in ſoſtanza la inſpeſſazione della ſcala diatonica comune; e inſpeſſazione vuol dire interpoſizione di altre note tra le date note della ſcala ſuddetta. Con ciò certamente ſi viene a inſpeſſare la ſcala, perchè non può mai ſuccedere, ſe non aggiungendo alla ſcala quelle tali note, che dividano li tuoni, e ſemituoni naturali della ſcala in ragioni minori. Il luogo di tale inſpeſſazione appreſſo i Greci era aſſegnato per legge; ed era il luogo del ſemituono, ovunque ſi trova nella ſcala diatonica comune. Il confine della inſpeſſazione era ſtabilito da un Tetracordo, o ſia quarta, sì materialmente in riſpetto alle quattro note coſtituenti il tetracordo, sì formal-

men-

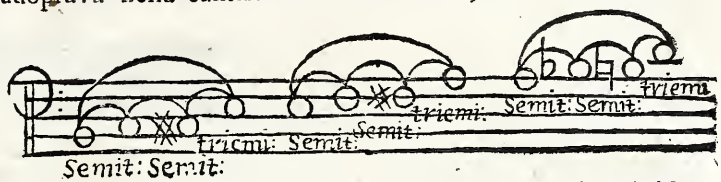
mente in riſpetto alla ragion ſeſquiterza. Però i tre luoghi poſſibili della inſpeſſazione nella ſcala comune erano li ſeguenti.

Tetracordi naturali del genere diatonico



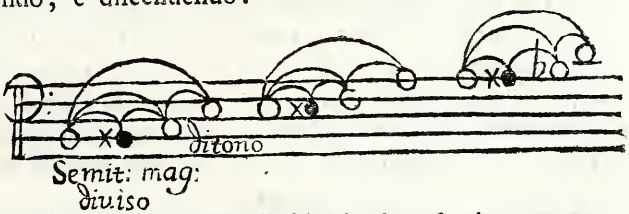
Se il genere era cromatico, il tetracordo ſi formava da due ſemituoni, e un triemituono indiviſibile (una terza minore per ſalto, e non per ſcala); e ſi adoprava nella cantilena sì aſcendendo, come diſcendendo.

Tetracordi del genere cromatico



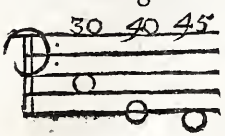
Se il genere era enarmonico, il tetracordo ſi formava dalla diviſione del ſemituono maggiore in due ſemituoni, e da un ditono parimenti indiviſibile (da una terza maggiore per ſalto, e non per ſcala); e ſi cantava egualmente aſcendendo, e diſcendendo.

Tetracordi del genere enarmonico



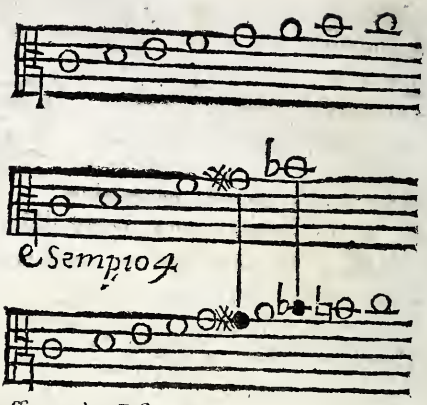
Li ſemituoni del genere cromatico, le diviſioni del ſemituono maggiore del genere enarmonico, e li relativi triemituoni, e ditoni erano di molte ſpecie ſecondo le diverſe ragioni, o forme, con cui erano ſtabiliti. Gli effetti di tal genere di muſica erano particolari, e diſtinti dagli effetti prodotti dalla muſica del genere diatonico. Tuttociò ho letto nel Zarlino, uomo ragionevole, e diligente raccoglitore delle coſe antiche. Qual ſia ſtata la cagione di divider la ſcala in tanti Tetracordi, i quali per legge comincino dal ſemituono maggiore; di moltiplicar i ſemituoni per formar il genere cromatico; di divider il ſemituono maggiore per formar il genere enarmonico, io non la ſo. Se poi mi ſi domanda, ſe in forza del preſente ſiſtema ſia poſſibile la inſpeſſazione della ſcala diatonica, e ſiano poſſibili due nature di armonia, e melodia, eguali alle melodie, o ſiano cantilene de' due generi cromatico, enarmonico, dico, che sì, e lo dimoſtro.

La ſcala diatonica comune dedotta dall' armonia delle tre note dell' eſempio 3 ſia poſta a confronto del-

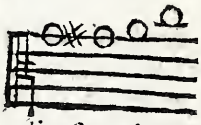


le note muſicali dell' eſempio 4.

Scala diatonica comune

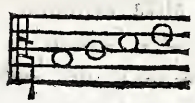


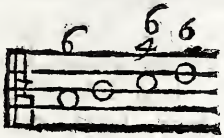
dunque riportando le due note ſegnate nella ſcala, ſarà inſpeſſata da Gſolreut ✕ tra Gſolreut naturale, e Alamirè; ſarà inſpeſſata da Bfa tra Alamirè, Bmì. Ma l' eſempio 4 è del ſiſtema. Dunque per ſiſtema è inſpeſſata la ſcala diatonica comune. Si oſſervi di paſſaggio in queſto confronto, che la ſeconda, e terza nota dell' eſempio 4 è naturale della ſcala diatonica, ma la quarta, e la quinta nota non è naturale; e che la ſeconda, e terza nota ſi trova tra la quinta Cſolfaut grave, Gſolreut della ſcala, ma la quarta, e la quinta nota ſi trova tra la quarta Gſolreut, Cſolfaut acuto della ſcala: ſegno manifeſto della perfezione della quinta Cſolfaut grave, Gſolreut, e della imperfezione della quarta Gſolreut, Cſolfaut acuto, in cui è ſolamente poſſibile la ſuddetta ſiſtematica inſpeſſazione.

Data tale inſpeſſazione trovo poſſibile nella ſcala inſpeſſata la melodia di queſte note.  Qui ſono i due ſemituoni, minore tra Gſolreut, e Gſolreut ✕; maggiore tra Gſolreut ✕, e Alamirè. Vi è la ſeſquiquinta, o ſia terza minore tra Alamirè, Cſolfaut, e gli eſtremi ſono in quarta. Dunque è formato un tetracordo ſecondo la natura del genere cromatico, ed è formato per ſiſtema.

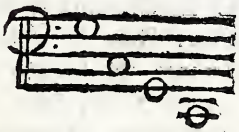
Non baſta però aver formato la melodia, o ſia cantilena, quando queſta non ſia fondata nell' armonia, la quale in ogni modo dev' eſſer il principio primo. Perchè ſe dall' armonia ſi è dedotta la ſcala diatonica comune, egualmente dall' armonia ſi deve dedurre la ſua inſpeſſazione, e in conſeguenza la cantilena ſuddetta. Non baſta ancora. Queſt' armonia dev' eſſer intrinſeca al ſiſtema, e deve naſcer da neceſſità di principio in sì fatto modo, che da queſta, come da fondamento, e principio indipendente da qualunque arbitrio riſulti il tetracordo cromatico ſuddetto con tutte le ſue condizioni. La legge è ſevera, ma giuſta. Perchè io non intendo, nè mi ſarà mai dato ad intendere, che gli antichi tetracordi de' due generi ſuddetti, cromatico, enarmonico, ſiano dedotti per neceſſità di principio. Sono dedotti arbitrariamente, e nulla più. Mi ſpiego con la

pro-

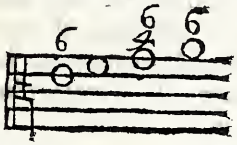
prova. Sia il tetracordo diatonico,  e sia ridotto alla sua armonia, e modulazione naturale secondo i dimostrati numeri della scala diatonica, Sarà.

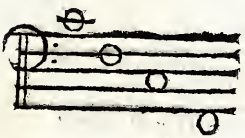


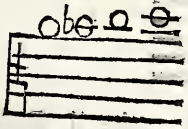
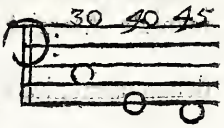
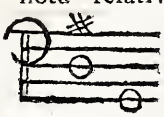
Dunque la modulazione è in Csolfaut, ed è formato (come

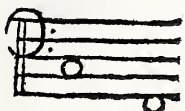
Basso fondamentale di prima base 

si dice praticamente) il tuono di Csolfaut. A ragguaglio il tetracordo diatonico,



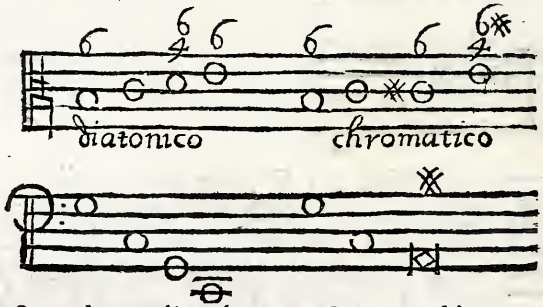
Basso fondamentale di prima base 

e sarà formato il tuono di Ffaut. (Ometto per ora il tetracordo diatonico, perchè come accidentale, si esaminarà a parte). E' certo, che li due tetracordi suddetti nella loro mozione conservano esattamente la natura del tuono di Csolfaut. La cosa è chiara, perchè le prime basi armoniche di Csolfaut essendo le tre note dell' esempio,  in qualunque di queste si formarà cadenza, si farà in natura di Csolfaut; e solamente non si potrà formar cadenza armonica in Gsolreut, perchè di questa nota  non vi è nella scala diatonica la nota relativa, la quale per formar cadenza armonica dovrebbe esser,  cioè Dlasolrè con terza maggiore, come vi è in Ffaut.

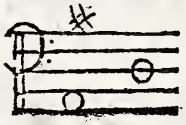


Stabiliti li due tuoni di Csolfaut, e di Ffaut, relativi a' due tetracordi diatonici suddetti, resta a vedere qual sia la possibile relazione di armonia successiva, o sia di modulazione, che non per arbitrio, ma per necessità sia congiunta a' due tuoni suddetti. Secondo le cose fin' ora di-

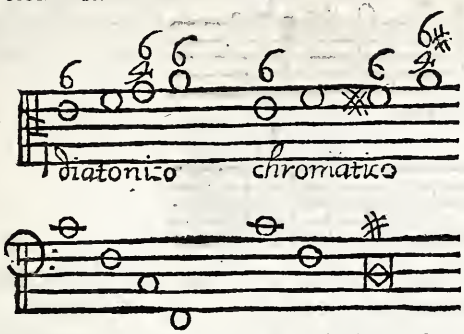
moſtrate è chiaro altra armonia ſucceſſiva, o ſia modulazione in tal ſenſo non eſſer poſſibile, ſe non il paſſaggio della prima baſe di terza maggiore alla ſua relativa prima baſe di terza minore ; cioè da Cſolfaut in Alamirè, da Ffaut in Dlaſolrè. Perchè queſte due note ſono neceſſariamente tra loro congiunte, e lo ſono in sì fatto modo, che data l' una s' intende l' altra, come ſi è fatto vedere a ſuo luogo. Indi la pratica muſicale ha dedotto le ſcale tra loro relative di terza maggiore, e di terza minore, delle quali ſono ſegni comuni gli accidenti, che o non vi ſono, o vi ſono in chiave. Data la ſcala di Cſolfaut, niun accidente vi è in chiave. Egualmente nella ſcala di Alamirè, perch' è la ſua relativa di terza minore. Data la ſcala di Ffaut, ſe vi è in chiave il ♭ molle, vi ſarà egualmente in Dlaſolrè ; perch' è la ſua relativa di terza minore ec. Ma ſe ciò è vero, com' è poſſibile, che dedotto il tetracordo cromatico dal tetracordo diatonico di Cſolfaut, l' armonia ſucceſſiva, o ſia la modulazione del tetracordo cromatico eſca dalla natura del tuono di Cſolfaut, e proponga il tuono in Dlaſolrè terza minore, che in niun modo appartiene a Cſolfaut, ma bensì a Ffaut, come ſuo relativo di terza minore ? Ecco il Tetracordo cromatico dedotto dal Tetracordo diatonico di Cſolfaut.



Quando ſi aggiunga il ✻ a Cſolfaut, è chiaro, che il Baſſo fondamentale Alamirè diventa prima baſe di terza maggiore, e propone la cadenza armonica in Dlaſolrè.



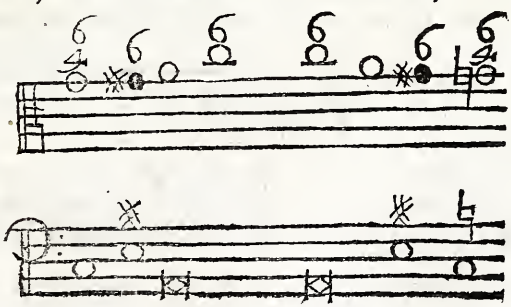
Lo ſteſſo ſuccede nel Tetracordo Cromatico dedotto dal diatonico di Ffaut. ne la terza partie come re.

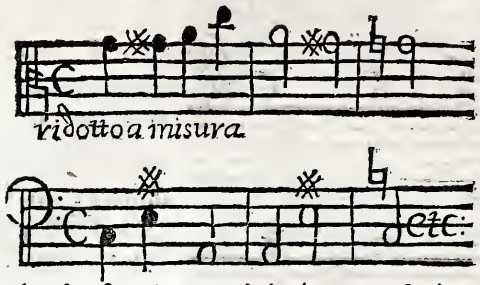


Il Baſſo fondamentale propo cadenza armonica in Gſolreut minore, che in niun modo ap ne a Ffaut, ma bensì a Bfà, ſuo relativo di terza maggio-

Io non ſo certamente coſa mi ſi poſſa riſpondere, ſenonchè gli antichi Greci non l' anno inteſa in queſto modo; sì perchè l' armonia equitemporanea (almeno ſecondo la comune opinione) non era tra loro in uſo, o perchè non cognita, o perchè non voluta; sì perchè anno ſuppoſto, che da minimi intervalli muſicali ſi compongano i maſſimi, e in tal ſuppoſizione avevano arbitrio di dividere, e ſuddividere a talento l' intervallo minimo diatonico, ch' è il ſemituono maggiore, o moltiplicarlo ſotto altra forma. Ma nulla conclude, ſe queſto, o altro mi ſi riſponda. L' armonia equitemporanea (e in conſeguenza la ſucceſſiva) è voluta dalla natura; li minimi intervalli procedono da maſſimi, e ſono propoſizioni dimoſtrate. Dunque o per arbitrio, o per falſo ſuppoſto ſi ſono dedotti nel tal modo, e nel tal luogo dagli antichi Greci li due generi cromatico, enarmonico, perchè il cromatico non riſponde alla natura del ſuo principio, e ſi è veduto; lo ſteſſo ſi vedrà dell' enarmonico.

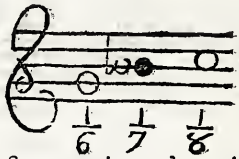
Sia ora poſto all' eſame il tetracordo cromatico del preſente ſiſtema, dedotto neceſſariamente nel tal modo, e nel tal luogo; e ſia ridotto all' armonia ſucceſſiva, o ſia modulazione aſcendendo, e diſcendendo.



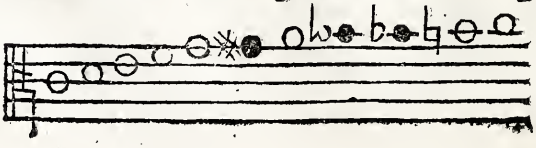


Il risultato parla da se. La modulazione passa in Alamirè terza minore. Dunque nel tuono di terza minore intrinsecamente congiunto a Csolfaut. La cantilena ascendendo, e discendendo passa necessariamente per gl' intervalli costituenti il tetracordo, e l' armonia è ottimamente, e necessariamente congiunta. Dunque il vero tetracordo cromatico è questo e per il modo, e per il luogo, e per natura, e per sistema. Se poi incontrandosi nella cantilena non s' incontra nel modo, e nel luogo del Greco cromatico tetracordo, la colpa non è mia: è del presente sistema, dalla di cui forza son condotto. Posso aver errato non intendendo il sistema Greco. Ma non posso aver errato nella prova datagli per dedurre la sua verità, o falsità a confronto del presente sistema.

Passo al tetracordo enarmonico, per la cui legittima deduzione è necessario ricordarsi l' esempio addotto nel capitolo primo per la produzione del terzo suono, come Basso armonico fondamentale. Nell' esempio suddetto vi sono segnati tre intervalli in ragione sesquisesta; e sono il sesto, l' ottavo, e il decimo. Appajono terze minori, ma non sono; ed ivi ho dimostrato, che sono minori della sesquiquinta, o sia terza minore della ragione 35,36, perchè la forma della terza minore è 42,35: in numeri primi 6,5; la forma de' suddetti intervalli è 42,36: in numeri primi 7,6. Ho spiegato, che nascono dalla divisione armonica della sesquiterza, o sia quarta,

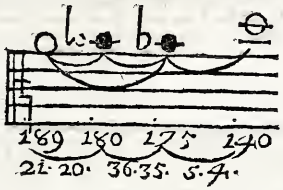


ed ho avvertito, che questo intervallo è di facilissima intonazione sopra il Violino, ed è voluto dalla natura armonica, perchè si trova fatto dalla natura nel- le Trombe marina, e da fiato, e ne' corni di caccia: strumenti, ne' quali non ha luogo l' arbitrio umano; ma la sola fisico-armonica natura. Si aggiunga dunque in nota musicale il termine $\frac{1}{7}$ costituente il suddetto intervallo alla scala diatonica comune inspessata dall' esempio 4; e questa nota aggiunta si segni con la cifra ω a distinzione di Bfà segnato con la cifra b. Sarà.



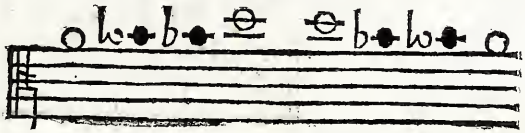
Da-

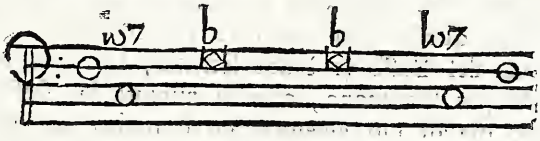
Data l' aggiunzione di questa nota, trovo possibile nella scala suddetta la composizione di un tetracordo enarmonico; cioè del semituono maggiore diviso in due semituoni minori, e di un ditono, o sia terza maggiore in queste note.



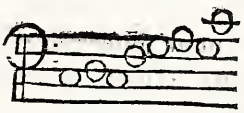
forme

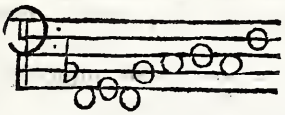
Ridotto per il suo Basso fondamentale all' armonia sì ascendendo, come discendendo, sarà.

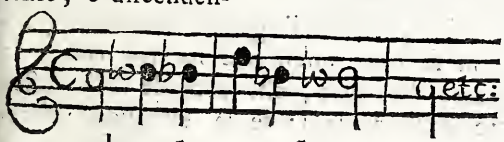


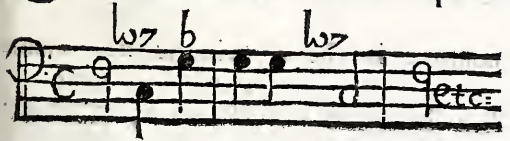


E' chiara dal risultato la formazione del tuono in Ffaut, di cui è nota fondamentale relativa Gsolreut prima base di terza minore rispetto alla seconda scala di Csolfaut altrove dimostrata, quale trasportata in Ffaut è. Di fatto ridotto per modo di esempio il suddetto tetracordo enarmonico ascendente, e discendente a misura,





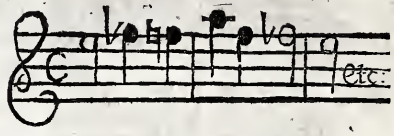




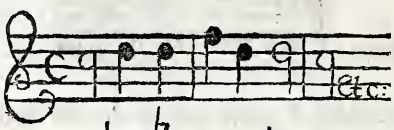
non solo si fa evidente a qualunque Compositore la formazione del tuono di Ffaut, ma io dico di più per mia sperienza, e per consenso comune de' Professori ammessi alla sperienza, che aggiunto un secondo Violino, a di cui confronto il primo Violino può distinguer ottimamente con la intonazione la piccola differenza, che vi è tra ♮ fà, e ♭ fà, l' effetto è talmente grato, che nulla più. La sperienza (per

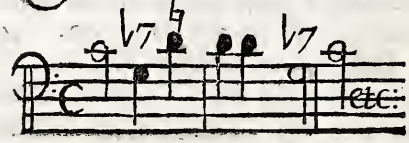
l' ef-

l' effetto più ſenſibile) fu inſtituita per quinta in acuto.



Il ſegno V equivale nel traſporto al ſegno

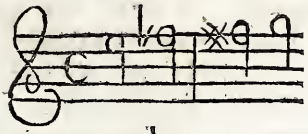




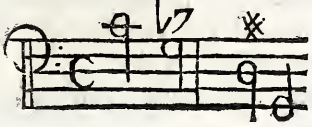
Si opporrà da' Compoſitori in genere (eccettuato ſempre il noſtro Vallotti) che in queſto eſempio vi è un ſolleciſmo muſicale, perchè nella ſeconda nota del Baſſo vi è una ſettima, la quale non ſolo non è riſoluta diſcendendo per ſemituono, com' è riſoluta la ſteſſa ſettima della penultima nota; ma di più aſcende, ch' è molto peggio, e contro ogni regola muſicale. Io aggiungo, nemmeno è apparecchiata, e pure ſta ottimamente bene, perchè così deve ſtare dimoſtrativamente, e fiſicamente. Dimoſtrativamente, perchè ſebben l'armonica ſeſtupla eſtenſione non ammette nella ſua unità integrale $\frac{1}{7}$ oltre $\frac{1}{6}$, ch' è il ſuo confine, non è però che il ſiſtema armonico riſpetto alla ſua natura non poſſa progredire ad $\frac{1}{7}$, ad $\frac{1}{8}$ ec. Anzi da queſto in preciſione dimoſtrativa procede, che ſe la eſtenſione ſta nel ſuo confine di $\frac{1}{6}$, riſulta il genere diatonico (indi la ſua perfezione, perchè come la ſeſtupla eſtenſione ha per radice la dupla, e li ſuoi mezzi, così il genere diatonico, che procede dalla ſeſtupla eſtenſione, dipende intieramente dalla dupla); ſe la eſtenſione oltrepaſſa $\frac{1}{6}$, riſulta il genere enarmonico, il che è evidente nell' eſempio ſteſſo. Fiſicamente, perchè date in armonia queſte note,

dico, che comparate in qualunque modo tra loro, ſi avrà ſempre terzo ſuono Gſolreut, ch' è il Baſſo armonico fondamentale. Dunque una tal ſettima è conſonante, non diſſonante. Dunque non ha biſogno di eſſer apparecchiata, nè di eſſer riſoluta; può aſcender, e può diſcendere; e quando la intonazione ſia giuſta, ſtarà e-

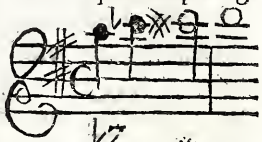
gual-



gualmente bene . Perciò nelle Trombe da fia-

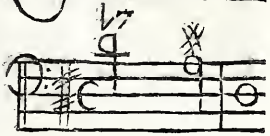


to, e marina, ne' Corni da caccia, dove per natura vi è la no- ta ſuddetta (baſta, che i Profeſſori riſpetti- vi la cerchino), non dev' eſſervi ſcrupolo al- cuno di uſar queſto paſſag-



gio, quando bi- ſogni; altrimenti ſarebbe lo ſtel-

Tromba

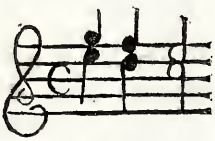


ſo, che pretender con l' arte noſtra di correggere la fiſicoarmonica natura. Il meglio ſi è, che appreſſo a poco ſi fa lo ſteſſo dalla pratica comune. Alla quinta nota del tuono, che formi cadenza armonica con la nota principale del tuono, ſi dà la ſettima ſenz' apparecchiarla. Nelle cadenze finali è uſo quaſi generale dell' accompagnamento organico di aggiunger la ſettima alla nota, che propone la cadenza finale. Regola non vi è, anzi è contro la regola, perchè tal ſettima non è apparecchiata. Ma la natura ha più forza dell' arte. Il piccolo divario, che vi è tra Ffaut naturale, e Ffaut diviſore armonico della quarta

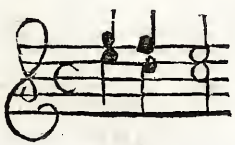
non baſta a cambiar l' armonia, e l' orecchia reſta più convinta, e perſuaſa dalla forza, e dall' ottimo effetto de'

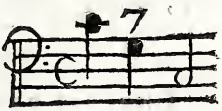
tre termini armonicamente diſpoſti, che dalla forza del quarto termine ſolo, ch' è il Ffaut naturale aggiunto per ſettima, qual eſſendo molto proſſimo al vero termine armonico ſuddetto, nulla, o poco diſturba l' ottimo effetto dell' armonia. Indi

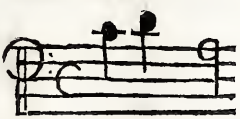
ne viene, che ad onta di qualunque regola date le due parti, non vi è, nè vi può eſſer altro Baſſo armonico, ſe non queſto.



E quando ſi voglia,



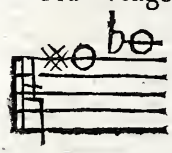




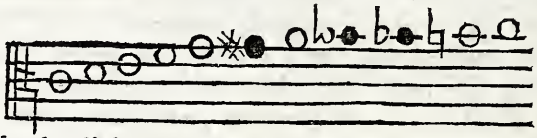
queſto Baſſo (ottimo in ſe ſteſſo) non è della ſcala prima armonica, ma della ſeconda ſcala a ſuo luogo aſſegnata, e dimoſtrata.

Torno al Tetracordo Enarmonico, e dico, che questo è il possibile, come voluto dalla natura del tuono, e dall' armonico sistema. Fuori di questo nè per natura, nè per sistema io non so vederne altro, perchè non so in qual modo siano riducibili li Tetracordi Enarmonici de' Greci a regolata armonia, e a formazione di tuono necessariamente relativo al tuono principale. Quando manchi tal condizione, dico, che sono formati per arbitrio, e non per necessaria ragione.

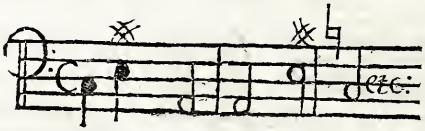
Ora vengo alle due ultime dissonanze dell' esempio musicale 4,



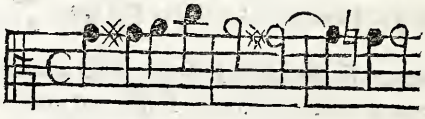
per la di cui totale intelligenza era necessario premettere (come si vedrà) la inspessazione della scala diatonica comune secondo il presente sistema. Replico per tal bisogno l' esempio della scala suddetta.



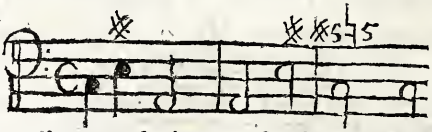
Dico, che la dissonanza di duodecima formata da Gsolreut 𝄪 è dissonanza del genere cromatico. Perchè se il tetracordo cromatico è,



sarà dunque la dissonanza, e il suo luogo naturale.



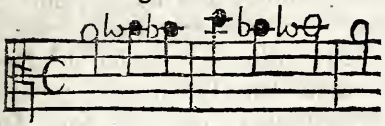
Dunque la dissonanza, e in conseguenza il semituono minore, la di cui forma è 24, 25, è del genere cromatico.



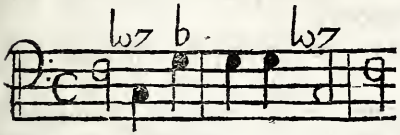
Dico, che la dissonanza di quartadecima, o sia settima formata da Bfà, è dis-

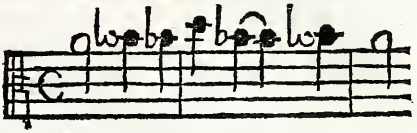
sonan-

ſonanza del genere enarmonico. Perchè ſe il tetracordo enarmonico è,

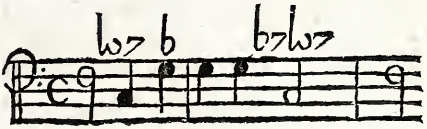


Sarà dunque la diſſonanza, e il ſuo luogo naturale.

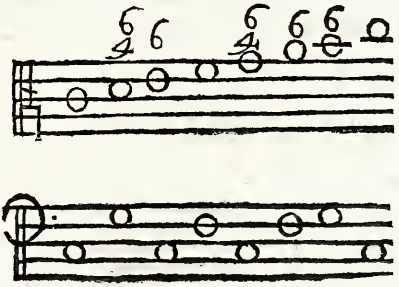




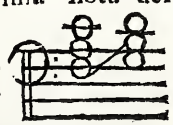
Dunque la diſſonanza, e in conſeguenza il ſemituono minimo, la di cui forma è 35, 36, è del genere enarmonico.



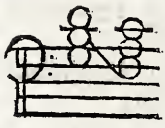
In queſto eſempio ſi vede il caſo, in cui la ſettima riſolve ſopra la ſteſſa baſe, perchè la ſettima diſſonante ♭ fà riſolve nella ſettima conſonante ♮ fà, di cui è vera baſe fiſico-armonica il ſottopoſto Cſolfaut. In forza di queſto eſempio ſi rende praticamente chiara la natura circolare dell' armonico ſiſtema. La ſcala diatonica comune ridotta all' armonia (come ſi è veduto) è.

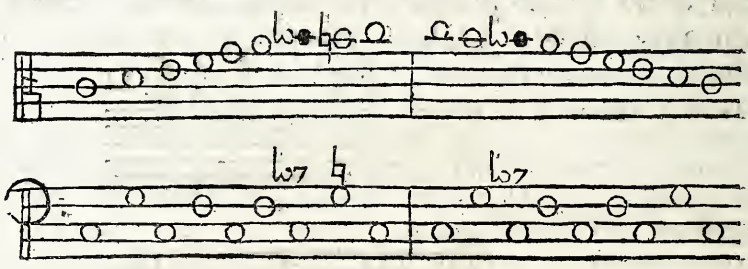


Queſta ſcala, come aſcendente, va ottimamente ſecondo la natura dell' armonia ſucceſſiva. Perchè febben nella ſeſta, e nella ſettima nota del Baſſo fondamentale vi ſia la cattiva relazione del tritono, ciò non oſtante non può negarſi la ſucceſſione, come ottima del mezzo armonico Gſolreut al mezzo aritmetico Ffaut.



Perchè Ffaut eſſendo il mezzo imperfetto, Gſolreut il mezzo perfetto, il progreſſo dalla imperfezione alla perfezione, è voluto con tal chiarezza dalla natura univerſale delle coſe, che non ci reſta da dubitare ſe tal progreſſo ſia d' intenzione della natura; e molto più nell' armonico ſiſtema, dove in genere il progreſſo è dal quadrato al circolo, dalla moltiplicità alla unità, e in iſpecie dalla diſſonanza alla conſonanza. Ma la ſcala ſteſſa, come diſcendente, va male per la ſteſſa ragione, perchè ſi trova il tritono tra Gſolreut, che nel diſcendere diventa primo, e Ffaut, che di-

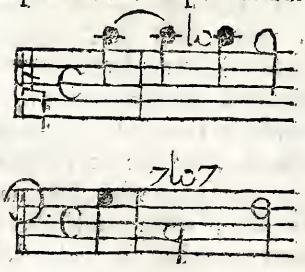
venta secondo.  Ora è certo, che questa relazione, e questo passaggio dal perfetto all' imperfetto non è voluto dalla natura armonica succeſſiva, perch' è contro la ſua intenzione; e ſe i compoſitori uſaranno tal paſſaggio, commetteranno errore. Ella Sig. Conte mi domandarà, come mai poſſa darſi queſto inconveniente nella ſcala ſuddetta, la quale finalmente è una dimoſtrazione. Io le riſpondo, che deve darſi per neceſſità di principio. Se il ſiſtema è armonico *a priori*, deve aſcender la ſcala, e non diſcendere, perchè il progreſſo armonico per natura di principio è dal grave all' acuto. Si trovarà dunque tutta la perfezione aſcendendo; ſi trovarà ſegno d' imperfezione diſcendendo. Ma quando alla ſcala ſuddetta vi ſi aggiunga ♭ſà, ch' è l' aggiunto al ſiſtema enarmonico, ed il voluto dalla natura fiſico-armonica negli ſtrumenti più volte mentovati, Trombe, Corni di caccia ec., non ſolo ſi toglie qualunque inconveniente, ma nel Baſſo fondamentale fiſico-armonico riſulta la natura circolare. Ecco l'

eſempio. 

retrogrado

Dunque diſcendendo la ſcala, il Baſſo ſi rivolge in ſe ſteſſo; e queſta è la natura circolare.

Dall' aggiunzione della nota ſuddetta ſi vede di nuovo il caſo, in cui la diſſonanza di quartadecima, o ſia ſettima maggiore riſolve vigoroſamente ſopra la ſteſſa prima baſe, come riſolvono tutte le altre diſſonanze:



ſegno manifeſtiſſimo della univerſal perfezione dell' armonico ſiſtema, quando fedelmente ſia oſſervata la ſua natura, e gli ſi congiungano li ſiſtemi dedotti, ſicchè diventi un ſolo ſiſtema univerſale. La propoſizione è vera, purchè ſi diſtingua ſoſtanzialmente il genere diatonico dagli altri due generi. Mi ſpiego, e la ſpiegazione porrà affatto in chiaro quanto fin qui ſi è detto, e dimoſtrato ſopra li tre ſiſtemi. Nel terzo Capitolo ſi è dimoſtrato il confine della progreſſione armonica dentro la ſeſtupla, e nulla più. E ciò in forza della ragion dupla, la quale per ſe ſtabiliſce ſiſtema perfetto, e univerſale, ch' è il diatonico, a differenza degli altri due ſiſtemi, Cromatico,

tico, Enarmonico, imperfetti, e particolari. La perfezione, e universalità del genere diatonico a confronto degli altri due si fa evidente in pratica, quando appunto de' tre generi si faccia un solo sistema. Perchè rispetto al sistema consonante universale l' armonia del tuono principale della Composizione non può, nè dev' esser se non del genere diatonico consonante, cioè di terza, quinta, ottava, e nulla più. Da ciò ne viene, che qualunque nota, che sia principio, e fine di composizione; qualunque ultima nota di cadenza intermedia, che formi compimento di senso musicale; qualunque nota, che costituisca tuono relativo al tuono principale, esclude affatto qual si voglia armonia, che non sia la diatonica consonante di terza, quinta, ottava. Per esempio vi è la settima consonante qui sopra dimostrata, quale avendo la sua forma in $\frac{1}{7}$, e però rimanendo esclusa dalla sestupla, non può, nè deve aver luogo in alcuna delle note sopraſſegnate, benchè sia consonante. Potrà aver luogo nella prima delle due note, le quali formano cadenza armonica, come lo ha in Csolfaut dell' ultimo esempio qui sopraſſegnato. Ma non potrà mai averlo in Ffaut, ch' è la nota della cadenza; e così a ragguaglio, e universalmente in qualunque caso. Rispetto al sistema dissonante universale è chiaro, che l' armonia fondamentale, sopra cui si reggono le dissonanze, è sempre diatonica: non essendovi, nè potendo esservi caso alcuno, in cui si trovi dissonanza fondata su altra armonia, che di terza, quinta, ottava. Ecco dunque ad evidenza spiegato in pratica ciò, che si è voluto significare nella dimostrazione del secondo Capitolo riguardo alla sestupla, come periodo, e compimento della estensione integrale del sistema fisico armonico. Quando de' tre sistemi si faccia un solo sistema, si trova e dimostrativamente, e praticamente, che il diatonico formato dalla dupla nel suo centro, e dalla sestupla nella sua estensione è il perfetto, e l' universale in sì fatto modo, che senza questo sia impossibile l' uso degli altri sistemi. Si trova, che il solo sistema diatonico si regge da se, ed è sufficiente a se stesso; e però si è usato da' Greci, dagli antichi Italiani, e si usa da noi quando si vuole a tutto rigore della sua natura, e costituzione. Si trova finalmente, che il di più è bensì legittima conseguenza di questo antecedente, ma non mai necessaria; perchè finalmente tutto il di più è bensì modo diverso di armonia, ma non è già sostanza diversa. Come sostanza, è sempre la dedotta dalla sestupla senza che sia mai possibile nè dimostrativamente, nè praticamente di alterarla. Dunque con tutta ragione resta dimostrato, e confermato nella sestupla il compimento, e periodo del fisico armonico sistema. E qui finisco il quarto Capitolo, che al pari dell' altro è quasi riuscito un trattato. Ma in ciò non ho colpa, perchè non è in mio arbitrio il dividere ciò, che l' armonica natura congiunge.

CA-

CAPITOLO QUINTO.

De' Modi, o siano Tuoni musicali, antichi, e moderni.

DAlla differenza delle chiavi musicali, e dalla diversa posizione della Scala diatonica comune deducendosi li modi, o siano tuoni musicali, parte sostanziale della nostra musica Ecclesiastica, e molto più della Greca musica antica, diventa perciò necessario questo capitolo, in cui per altro nulla vi può esser di dimostrativo, e poco di fisico. Finchè ho navigato per il mio mare, ho fatto sempre strada sicura. Ma per ben servirla dovendo io passare ad altro mare, ch' è incognito a quanti siamo, non so cosa possa accadermi. Non aspetti dunque da me in questo capitolo quella franchezza, che nasce dalla sicurezza della verità, com' ella ha veduto ne' capitoli antecedenti. Gradisca solamente il vero sacrifizio della mia obbedienza nel caso presente, in cui sapendo io il di lei particolar desiderio d' internarsi in tal precisa materia (veramente interessantissima), per obbedirla entro nella medesima a tentone.

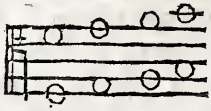
La sostanza della materia si è da un canto la ricerca de' modi musicali, per di cui mezzo, e della Poetica orazione gli antichi Greci eccitavano, e sedavano a talento le passioni dell' animo umano; e dall' altro si è il confronto di questi modi antichi co' nostri moderni. Per ridurre alla maggior chiarezza possibile la materia ch' è la più involuta, e la più oscura di quante si possano mai trattare, è necessario in primo luogo l' intendere, cosa voglia significarsi per la parola Modo. Il modo inteso nel senso antico in genere (che da' Greci si chiamava con altri nomi di Tropo, di Armonia ec.) significa una cantilena determinata per legge a confine di grave, e acuto; a intervalli; ad ascesa, e discesa; ad accenti musicali relativi al metro, e a strumento, che accompagnava il canto del musico Poeta. A ragguaglio poi delle materie, che si trattavano nella Poetica orazione, o meste, o allegre, o oneste, o lascive; o furiose, e baccanti, o gravi, e religiose ec., erano determinati li tali modi in specie con le particolari condizioni di tal confine di grave, e acuto, di tali intervalli, di tale ascesa, e discesa; di tali accenti relativi al tal metro, e del tale strumento. Ciascun modo aveva il suo nome particolare, Dorio, Frigio, Lidio, Eolio, ec. ed era precisamente adattato alla materia particolare, a cui conveniva, e per cui era istituito. Questo è quanto sopra tal materia si può appresso a poco rilevare di netto, e sicuro dalla Storia, perchè in ciò convengono (poco più, poco meno) gli Storici antichi, e moderni. Se poi si pretenda in forza della storia di poter individuare le suddette circostanze, il caso è disperato, perchè le storie antiche

tiche tra loro, e molto più le moderne si contraddicono; e quel, ch' è peggio, mancano affatto monumenti, ed esempj. Pare in conseguenza, che si possa dubitare, se la storia sia vera, o falsa. Ma tali sono gli antichi, che la riferiscono, ch' è temerità espressa il dubitar della sua verità. Platone, e Aristotile bastan per tutti, e fanno abbassare il capo. Se poi ella mi domanda, se tal cosa sia possibile in natura, le rispondo con franchezza che sì, perchè son testimonio io stesso della possibilità per molti casi a me occorsi, de' quali ne riferirò un solo; L' anno quattordicesimo (se non fallo) del secolo presente nel dramma, che si recitava in Ancona, v' era sul principio dell' Atto terzo una riga di recitativo non accompagnato da altri strumenti, che dal Basso, per cui tanto in noi Professori, quanto negli Ascoltanti si destava una tal, e tanta commozione di animo, che tutti si guardavano in faccia l' un l' altro per la evidente mutazione di colore, che si faceva in ciascheduno di noi. L' effetto non era di pianto (mi ricordo benissimo, che le parole erano di sdegno) ma di un certo rigore, e freddo nel sangue, che di fatto turbava l' animo. Tredeci volte si recitò il dramma, e sempre seguì l' effetto stesso universalmente; di che era segno palpabile il sommo previo silenzio, con cui l' uditorio tutto si apparecchiava a goderne l' effetto. Ero troppo giovane per aver avvertenza di conservare l' esempio, ed ora me ne duole. Che il Compositore (benchè uomo eccellente di quel tempo) sapesse per scienza, che ne doveva seguire quel tale effetto, io no 'l credo; ma credo bensì, che come uomo di ottimo gusto, e di sommo giudicio ch' egli era, sia stato condotto dal buon senso e dalle parole, ed abbia in quel punto incontrato accidentalmente la verità di natura. E quindi conchiudo, che se si dà il principio della commozione, non vi è ragione in contrario per il suo progresso, e per la sua determinazione. Il fatto è, che in piccoli movimenti, e per poco tempo molte volte da' Compositori s' incontra qualche punto fortunato di tal sorte. Ma non vi è regola, nè scienza di ottenerlo con certezza quando si vuole, e molto meno di continuarlo per molti movimenti, e per qualche tempo notabile; e questo è quanto io credo poter avanzar di sicuro sopra la storia, e sopra la possibilità del fatto rispetto a' modi antichi.

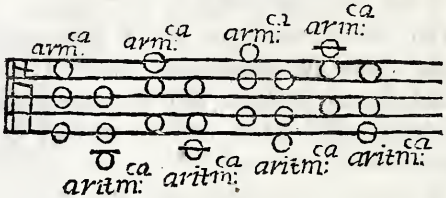
Rispetto a' nostri modi moderni, che con altro nome li chiamiamo Tuoni, benchè si sappia di certo la loro natura, non riesce però lo stesso intorno al loro numero. La pratica comune, e l' uso Ecclesiastico, a cui servono in genere, gli stabilisce otto. Zarlino ha preteso, che siano dodeci. Altri hanno preteso altrimenti. Ma il loro numero nulla importa al presente bisogno; basta, che si sappia la loro formazione, e natura. Questa consiste intrinsecamente nella scala diatonica comune, considerata nella sua estensione di ottava, nella sua divisione armonica, e aritmetica, e nella diversità del luogo de' semituoni della scala, qual diversità non procede, nè può proceder da altro principio, senon dal cominciare la

sca-

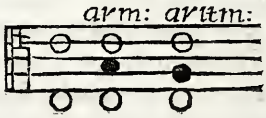
ſcala da note diverſe. Si ſono ſtabilite dunque le ottave con queſt' ordine.



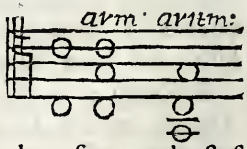
Si ſono diviſe armonicamente, e aritmeticamente in queſto modo.



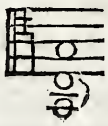
Si ſono riempite tutte con gl' intervalli della ſcala diatonica comune (indi la diverſità del luogo de' ſemituoni), e a ragguaglio ſi ſono ſtabiliti con lo ſteſſo ordine gli otto tuoni, quattro armonici, o ſiano autentici, quattro aritmetici, o ſiano plagali. Vi ſono poi leggi, e regole per le cantilene, e cadenze riſpettive, coſicchè dalla cantilena, e dalla cadenza ſi conoſce ciaſcun tuono. Queſta è la ſoſtanza de' noſtri modi, o tuoni. Benchè poi io abbia trovato anneſſo l' addiettivo di Dorio al primo tuono, atto agli affetti gravi dell' animo; d' Ipodorio al ſecondo, atto a rallegrare lo ſpirito; di Frigio al terzo atto ad eccitar l' ira; d' Ipofrigio al quarto, atto ad indurre la quiete ec., ella può credere, che io non ſia reſtato perſuaſo. Son bensì perſuaſo affatto, che queſti noſtri modi null' abbian che fare con gli antichi; e ſon perſuaſo di più, che la loro iſtituzione non ſia la più legittima. Perchè in ſuppoſizione, che ſi voglia divider la ottava armonicamente, e aritmeticamente, la diviſione non è la iſtituita, ma è queſta.



Così è diviſa la ſteſſa ottava: non mai in queſto modo, perchè la diviſione non cade ſopra la ſteſſa ottava, ma ſopra due ottave diverſe. Si dirà, che null' altro ſi è voluto nella iſtituzione, ſenon il traſporto della quarta acuta



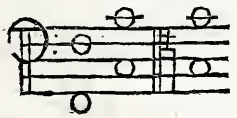
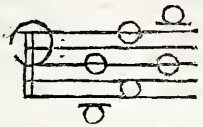
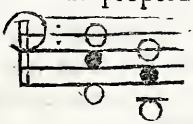
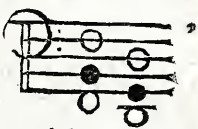
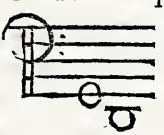
in quarta grave,

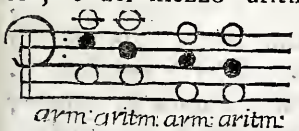


data ſempre la ſteſſa quinta.

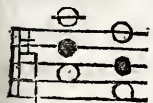
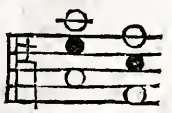
Indi la diverſità della cantilena riſpetto a grave, e acuto, e la diverſità della cadenza. Io riſponderò, che va bene ſecondo la volontà, e l' arbitrio; non và bene ſecondo la natura, e la ragione. O ſi vuole diverſità intrinſeca nelle cantilene, e nel-

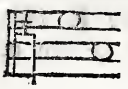
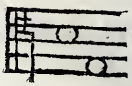
le

le cadenze, o no. Se non si vuole, è inutile la istituzione; se si vuole, non è quello il vero modo di ottenerla, ma è questo. Date le chiavi musicali di Ffaut, Csolfaut, Gsolreut, e a ragguaglio date le tre ottave di terza maggiore  con le sue relative di terza minore  , sia fatto l'esame, quali siano riducibili a proporzione geometrica discreta, e quali non lo siano. Trovo, che le due ottave di Ffaut, e di Dlasolrè non possono esser riducibili a tal proporzione; perchè non possono esser divise senon armonicamente  : non mai aritmeticamente  , perchè Bmì non può esser divisore, o sia mezzo aritmetico della Ottava F, f: dovrebbe esser bfà. Ma questo è escluso dalla scala diatonica. Dunque Gsolreut non può esser divisore, o sia mezzo aritmetico della ottava D, d, perchè la sua terza è maggiore, e la terza di Dlasolrè è minore per natura della scala. Dunque contrarietà, e ripugnanza di armonia nelle due note  , quali dovrebbero formare la cadenza aritmetica, o sia plagale, se il divisore, o sia mezzo aritmetico Gsolreut fosse della stessa natura di armonia dell'estremo Dlasolrè. Dunque li due tuoni suddetti non sono divisibili, senon armonicamente; e però incapaci di altra cadenza, che di cadenza armonica. Dunque li due tuoni di Ffaut, e di Dlasolrè non possono esser, senon autentici.

Trovo, che le due ottave di Csolfaut, e di Alamirè sono riducibili a proporzione geometrica discreta, perchè sono capaci del mezzo armonico, e del mezzo aritmetico secondo la natura dell' armonia rispettiva 

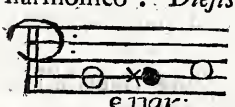
. E' chiaro. Dunque li due tuoni di Csolfaut, e di Alamirè possono esser autentici, e plagali.

Trovo finalmente, che le due ottave di Gsolreut, e di Elami non sono riducibili a proporzione geometrica discreta, perchè secondo la natura della loro armonia non sono capaci, se non del mezzo aritmetico:  non mai del mezzo armonico  , perchè Dlasolrè, che per natura della Scamonia di terza minore, non può esser divisore armonico della ottava G, g, che per la stessa natura è di armo-

nia di terza maggiore; e però non può darsi la cadenza armonica in  . Bmì non può esser divisore armonico della ottava E, e, perchè la di lui quinta manca per natura della scala di un semituono ; e però non può darsi la cadenza  .

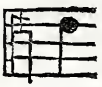
Dunque i due tuoni di Gsolreut, e di Elami non possono esser, senon plagali. Così vedo diversità intrinseca nella istituzione, e nel risultato; e così i tuoni sono otto realmente. Ma tutto ciò di passaggio, e torno all' intento primo, ch' è (a dire il vero) non di ricercare, ma d' indovinare i modi antichi, di spiegar i moderni, e compararli tra loro. Ma quanto son noti, e spiegabili i moderni, altrettanto, e molto più essendo ignoti gli antichi, resta impossibile il loro confronto, e qui il capitolo dovrebbe ragionevolmente aver fine. Ma dovendo io continuarlo per obbedirla, il di più, che dirò, sarà da me fedelmente distinto nelle sue classi, di sicurezza, di dubbio, e di opinione.

Premetto le cose sicure. La prima di queste è, che li modi nostri moderni nulla han che fare co' modi antichi. Non mi faccio merito della prova, perchè troppi son quelli, che innanzi di me l' hanno provato. Tuttavia il modo sarà differente, e servirà per condurmi a dir cose di qualche importanza.

Primieramente gl' intervalli de' modi antichi sono affatto diversi da' nostri: non dico tutti, ma in parte. Aristide enumera sei modi con la precisione degl' intervalli, che li compongono. In ciascun modo (a nulla servendo il riportarli intieri, e co' loro nomi) dev' esservi il x enarmonico. *Diesis in omnibus audienda est enharmonica*; ed è questo  . Li modi nostri fondati nella scala diatonica comune non hanno, nè possono avere tal intervallo a noi affatto ignoto, e per noi ineseguibile. Li modi antichi musicali erano sì rigorosamente congiunti alla prosodia, che il Popolo giudicava i falli (se ve n' erano) commessi dal musico Poeta nelle sillabe lunghe, e brevi relativamente alla Poesia, e alla Musica: punto di storia, in cui tutti convengono. Questa è una idea affatto lontana da' nostri modi moderni, e dalla nostra musica in genere, in cui (parlando sinceramente) facciamo servire la prosodia alla musica, e non la musica alla prosodia. Ma più. Nella legge prescrittasi dagli antichi di conservare a rigore nella musica le sillabe lunghe, e brevi, era impossibile il vocalizzare; cioè il protrarre una vocale col canto per più tempo di quello importava la sillaba. Noi per il contrario prolunghiamo le vocali per più battute, benchè molte volte siano brevi, come a di *amen*, a di *adoro* ec.

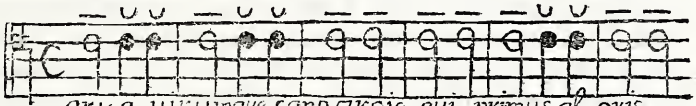
Ma qui ella, Sig. Conte, mi ricercarà, se veramente sia possibile conservare nella musica a rigor di battuta le sillabe lunghe, e brevi. Io le

rispon-

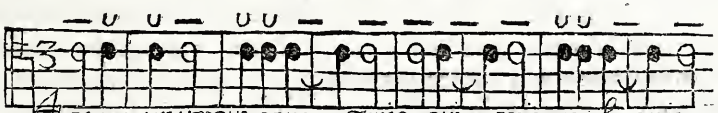
risponde, ch' è possibile in genere, in specie, in individuo, perchè, come si è detto nel Capitolo antecedente, nel valore delle note musicali vi è tutto il bisogno a tal effetto. Tuttavia è necessario distinguere. O il valor della sillaba si prende a tutto rigore, o discretivamente. Se a tutto rigore, è fuor di dubbio, che una sillaba lunga deve valere il tempo doppio di una sillaba breve; nè più, nè meno. A ragguaglio rigoroso una minima vale il tempo doppio di una semiminima  , questa il doppio di una croma ec.

Ammesso questo rigore, ecco la corrispondenza della prosodia, e della musica in un verso esametro

in tempo ordinario

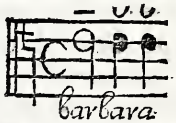


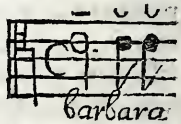
in Tripola



Con questi due esempj null' altro pretendo, se non di far vedere qual prospetto, e qual progresso di note musicali risulta in ciascuno de' due tempi, quando si riducano rigorosamente le note al valor delle sillabe. Ma non pretendo poi, che le sillabe in sì fatto modo disposte dalla misura, o sia battuta, corrispondano rigorosamente al senso musicale a cagione di quanto si è detto nel Capitolo antecedente sopra gli accenti lunghi e brevi della misura. Se così fosse appresso i Greci, no 'l so; ma cosa simile doveva esser di necessità assoluta, se si dovevano distinguer in musica le sillabe lunghe dalle brevi. Ma la mia opinione è, che la misura appresso i Greci fosse presa discretivamente, e non a rigore. Se sono stati veri imitatori della natura, e se con la Poesia congiunta alla musica eccitavano, e sedavano le passioni, è forza, che abbiano avvertito a ciò, che succede nell' umano discorso. Quando questo sia congiunto a passione, l' effetto naturale è (a ragguaglio della passione) maggior, e minore inflessione di voce; maggior, e minor acume, e forza di tuono; maggior, e minor prolungamento di parole, e sillabe ec. Nella espressione della passione s' incontra quella parola, che più significa: questa (e senza studio) si pone in maggior vista delle altre, affrettandola, se d' ira, prolungandola, se di mestizia ec., e così tutto a ragguaglio. Il musico Poeta (se vero Filosofo) dovendosi conformare alla natura, doveva incon-

trare casi infiniti, ne' quali le sillabe lunghe si dovevano prolungare, le brevi accorciare molto più del rigoroso valore naturale per ben esprimer la passione; e ciò a confronto del valor naturale di quelle altre, che non servivano alla passione, se non per disporla. Dunque era necessaria una discretiva, e non una rigorosa battuta. In tal caso la loro musica si rassomigliava al Recitativo de' nostri Drammi Italiani, in cui la battuta è a discrezione, anzi appena si accorge, che vi sia battuta. Così dev' esser certamente, se si deve imitare la natura di qualunque passione, in cui per costante che sia, non è, nè può esser regolato dalla eguaglianza il suo moto, che per intrinseca natura è ineguale. Dunque niuna serie di battute eguali può corrispondere a tale idea; anzi non può corrisponder nemmeno la mutazione della battuta di tempo ordinario in tripola, o per lo contrario, perchè nella diversità de' tempi vi è sempre la eguaglianza de' moti costitutivi de' tempi. Nella semplice narrazione può aver luogo la eguaglianza de' moti, e in conseguenza la battuta a rigore. Ma s' è vera la proposizione, che per muover altrui bisogna esser mosso in se stesso, (ed io la tengo per vera) poche saranno le narrazioni, che secondo natura possano esser regolate da moto eguale, perchè poche sono le affatto esenti da qualunque passione.

Mi conferma poi nella mia opinione l' osservare, che la misura discretiva non solo non può mai pregiudicare al valor delle sillabe, ma anzi ajuta infinitamente a determinarle quali sono con l' avvertenza di una regola sola, ch' è di dare in qualunque caso almeno il doppio valor di tempo alla sillaba lunga a confronto della breve. Chi di noi dubitarà, se dato in musica il dattilo rigoroso 

a confronto del discretivo, 

la prima sillaba del discretivo (e lo stesso si dica delle due brevi) sia lunga? Sarà anzi il contrario, e saremo più certi del valore delle sillabe nel secondo modo, che nel primo. Indi comodo infinito al musico Poeta d' imitar con somma facilità la natura. E se noi, propostoci lo stesso fine così faremmo, perchè vogliamo credere, che i Greci abbian fatto altrimenti? Fin qui non intendo di aver deviato dal proposito, ch' è il confronto de' modi antichi co' nostri moderni, perch' essendo inseparabile il confronto dalla ricerca di quella tal musica, che costituiva i modi antichi, quanto ho detto, e sarò per dire, apparterrà sempre all' intento. Quest' avvertenza diventa necessaria, perchè nel confronto io mi lascierò condurre dalla natura, e dalla ragione fin dove arrivarò a comprendere l' una e l' altra. Starò all' argomento nella sostanza; non vi starò forse nell' ordine. Ma innanzi.

A' nostri modi moderni è congiunta l' armonia equitemporanea formata dal concerto di voci diverse, Basso, Tenore, Contralto, e Soprano.

Ella

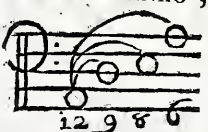
Ella sa, ch' io non son uomo erudito. Pure mi è nota per buona sorte la disputa famosa, se gli antichi conoscessero, e trattassero l' armonia intesa nel nostro senso; ma non mi è nota la decisione. In tal caso è forza ricorrere alla fonte comune, ch' è la natura. La specie umana è la stessa, le passioni sono le stesse. Nulla importando nel nostro caso la loro diversa modificazione relativa a' tempi, costumi, leggi, educazione, governo ec., e bastando al bisogno, che la radice sia la stessa, credo di non andar errato, se sopra questo fondamento sicuro, e comune a' Greci, e a noi, avanzo la seguente proposizione; che sebben a' Greci fosse stata nota l' armonia equitemporanea, non potevano, nè dovevano usarla per ottenere l' intento loro, ma unicamente dovevano servirsi della cantilena a voce sola. Se l' intento de' Greci era di eccitare non qualunque commozione in genere, ma la tal passione in ispecie, è certo di certezza di natura, che ciascuna passione ha li suoi moti particolari, e il suo tuono particolare di voce. Prendo per esempio le due tra loro opposte passioni più universali, l' allegrezza, e la mestizia. L' allegrezza ha il suo moto veloce, e il tuono di voce intenso, e acuto. La mestizia ha il suo moto tardo, e il tuono di voce rimesso, e grave; e ciò in genere. A ragguaglio del grado minore, o maggiore della rispettiva passione (finchè sta ne' suoi confini, e nella sua natura) si altera relativamente moto, e voce. Questo è quanto succede in natura, e ciascun di noi conosce a prova in se stesso tal verità, quando vi rifletta. Ora dico io, come mai può darsi (secondo natura) che con l' armonia di quattro voci, estremi delle quali è il Basso come grave, il soprano come acuto, riesca di concitare intieramente all' allegrezza, quando vi è la opposizione intrinseca nella congiunzione dell' acuto col grave: questo proprio della mestizia, quello dell' allegrezza? Ma si dirà, che vi è il supplemento nel moto, che a tal effetto si darà veloce alla voce acuta. Va bene per una parte, va male per l' intiero, perchè moto, e voce particolare è la proprietà di ciascuna passione: non il moto disgiunto dalla voce, nè la voce disgiunta dal moto. Questa, credo io, è la cagione di ciò, che più volte succede, quando da noi si ascolta qualche composizione musicale ben fatta, e ben eseguita. Non possiamo negare di non sentire in noi stessi un principio di commozione in genere verso la tal passione; ma progresso e determinazione in ispecie io non l' ho sentito mai, perchè non ho mai provato in me stesso l' effetto intiero. Per me tengo che sia impossibile questo tal progresso, e questo compimento di effetto, per l' accennata ripugnanza che vi è negli estremi dell' Armonia, perchè essendo estremi, e in conseguenza genere, è impossibile, che possano insieme convenire alla produzione di un' effetto particolare. L' effetto sarà generale, com' è la cagione. Vi sarà dunque commozione in genere verso la tal passione; non vi sarà mai la passione specificamente determinata.

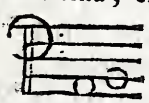
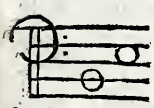
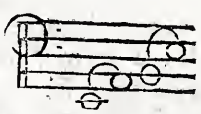
Vi è poi d' aggiungere in ispecie, che il tal moto, e la tal voce devo-

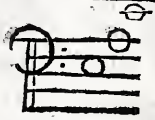
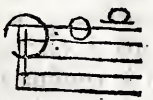
no esser congiunti a cantilena proporzionata. Questa (fermandosi nel genere diatonico, in cui convengono e Greci, e moderni, e che basta all' intento) non può formarsi se non da tanti, e tali determinati intervalli, e sono; Semituono, tuono, le due terze, maggiore, e minore, quarta, quinta, le due seste, maggiore, e minore, le due settime, maggiore, e minore, e la ottava: nulla di più, perchè tutto il rimanente è replicato, e composto. La natura intrinseca di questi intervalli, e distintamente de' semplici integranti l' armonia, cioè ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore, non è uniforme, è diversa, e lo è in sì fatto modo, che valendosi per la formazione della cantilena più di questo, che di quell' intervallo, è affatto sensibile la diversità dell' effetto. Figuriamoci dunque, che in genere l' intervallo di terza sia più ardito degli altri, e che in ispecie l' intervallo di terza maggiore convenga all' allegrezza; e però si formi una cantilena, la di cui base sia in ispecie il tuono di terza maggiore, la ostatura sia in genere di terze maggiori, e minori, in cui l' accento lungo in forza della battuta cada sopra le terze suddette, acciò siano più sensibili; sia il di lei moto veloce, e sia cantata da un soprano, acciò vi siano le possibili necessarie condizioni. Una tal cantilena sarà in supposto conveniente all' allegrezza. Ma posta in armonia, è certo, che mentre la cantilena del soprano procederà successivamente per gl' intervalli di terze, l' armonia del Basso, Tenore, e Contralto procederà equitemporaneamente, e successivamente per gl' intervalli di ottava, quinta, quarta, seste, tuono, semituono ec. secondo la diversa disposizione delle voci integranti l' armonia, e secondo il diverso passaggio del Basso da una base all' altra. Ma come mai potrebbe darsi, che a confronto di tanti intervalli diversi equitemporanei dell' armonia, che pur sono di maggior forza, gl' intervalli successivi della cantilena acuta producessero l' effetto, per cui produrre era formata la cantilena? Nè giova il dire, che la voce acuta, com' estremo più intenso, essendo la dominante, si sentirà distintamente a confronto delle altre voci, e però potrà produrre il suo effetto. Questa proposizione è falsa in armonia. Tre voci contro una sola han più forza, sebben la sola sia più intensa, le tre più rimesse. Questa è la verità in pratica, quando le voci siano tra loro proporzionate. Ma si conceda la proposizione. Domando, se in grazia delle voci aggiunte per l' armonia vi sarà, o no distrazione in chi ascolta, come forzato ad ascoltare e la voce principale, e le aggiunte? Non mi si può negare, vi sarà distrazione; e questa è più che bastante a distrugger l' intento principale. Non è già una leggiera impresa il voler eccitare con Poesia, e Musica la tal determinata passione. Io per me la credo molto maggiore di quella, a cui si accinge l' Oratore per commuovere, e persuadere; anzi la massima tra quante accadano nella possibilità delle cose umane. Per ottener questo è necessario di ridurre l' animo umano a totale attenzione, anzi ad intensione di attenzione. E' impossibile l' ottenerla, se si dia luogo a qualun-

que

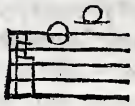
que ben minima distrazione, e questa verità è verità di natura, non è produzione della mia testa. Dunque sarà impossibile ottener l' intento di eccitare la tal determinata passione con cantilena congiunta all' armonia intesa nel nostro senso; e al più, come ho detto sopra, sarà possibile un principio di commozione in genere. Dunque se agli antichi Greci fosse stata nota l' armonia nel nostro senso, non dovevano, nè potevano valersene per ottenere il loro intento, perchè rispetto a' principj di natura, in cui tutti convengono certamente, noi stessi, a cui è nota l' armonia, saremmo obbligati ad escluderla, e a valersi della cantilena a voce sola per ottenere lo stesso intento.

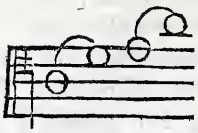
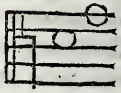
Più volte ho detto qui sopra, armonia intesa da' Greci nel nostro senso. Mi spiego. Non può negarsi, che i Greci in qualche senso intendevano l' armonia, perchè di questa parola sono piene le loro storie, precetti, e monumenti. Più; chiamavano intervalli consonanti la ottava, la quinta, e la quarta; dissonanti tutti gl' intervalli minori della quarta. Dunque la loro armonia era formata non come la nostra di note equitemporanee, ma di note successive, e intendevano (per parlare a nostro modo) che li salti di quarta, quinta, e ottava fossero armonia, e fossero consonanti; e che le note musicali riempitive della quarta fossero dissonanti. Però avevano formato li tetracordi, o siano salti di quarta, come fulcri di armonia consonante, e questi secondo i diversi generi, Diatonico, Cromatico, Enarmonico, gli avevano riempiti con varie divisioni. Si vede chiaramente, che il loro fondamento massimo, e primo è stata la dupla geometrica discreta in genere, 

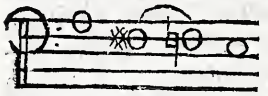
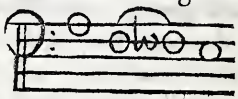
in di cui relazione hanno stabiliti per armonia, e consonanza li salti di quarta, quinta, e ottava. Indi date le due corde gravissime del loro sistema, cioè Proslambanomenos, e Hypate hypaton,  si trova, che il loro primo Tetracordo Hypaton è  , perchè ad Hypate Meson sottoponendo la ottava, si forma la dupla geometrica discreta. 

Il loro secondo tetracordo Meson è  , cioè la ottava del primo graviſſimo. Il terzo tetracordo di congiunzione Synemennon è  ,

qua-

quale col quinto Hyperboleon  torna a formare la dupla geometri-

ca discreta  . Il quarto tetracordo Diezeugmenon 

è in ottava del secondo Hypaton. E' forza, che così abbiano pensato, e inteso, perchè così tutto si accorda nel loro sistema. Quando ciò sia, e i Greci abbiano ben dedotto da' loro principj, legittima conseguenza si è, che in tutti i tre generi il principio, e il fine delle loro cantilene fosse ne' fulcri della loro armonia, cioè negli estremi de' rispettivi tetracordi, quali già si sa, che usavano ascendendo, e discendendo. Dunque una specie delle loro cadenze doveva esser in questo modo nel genere Cromatico  , nell' Enarmonico  . Il mio ra-

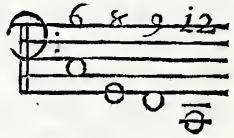
ziocinio è stretto, e dedotto da' loro dati; però tengo, che concluda. Molto più, perchè tale specie di cadenze è in genere secondo la natura del semituono maggiore discendente, ed ha un' ottima grazia. In ispecie fa vedere qual effetto particolare produca nella cadenza del genere cromatico il passaggio da Ffaut 𝄪 a Ffaut naturale; nella cadenza del genere enarmonico la divisione (qualunque) del semituono maggiore, quale in tal luogo, intenzione, e circostanza non è di difficile esecuzione.

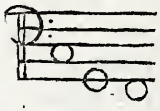
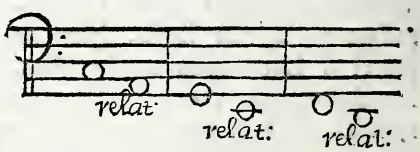
Molti esempj per altro abbiamo nel Canto Ecclesiastico antico (tutto di genere diatonico) di cadenze formate col semituono maggiore discendente. Non sarei lontano dal credere, che tra quelle antiche cantilene ve ne sia qualcheduna di legittima secondo i Greci esemplari, se non mi facesse opposizione il non esservi corrispondenza alcuna tra la Musica, e la Prosodia. Bisogna confessar certamente esservene qualcheduna talmente piena di gravità, maestà, e dolcezza congiunta a somma semplicità musicale, che noi moderni duraremmo fatica molta per produrne di eguali. Nulla importando al bisogno l' esame della loro Epoca, bensì l' esame della loro natura musicale, è certo, che sono cantilene istituite per una sola voce (che poi questa voce sia moltiplicata all' unisono da un Popolo intiero, nulla deroga al fine della istituzione, perchè l' unisono è in ragione una voce sola); sono semplicissime; partecipano molte della natura di Recitativo, ma in largo; molte della natura di canzone; molte dell' una, e l' altra; niuna è legata a battuta rigorosa, ma a discretiva; e ciascuna determina il tuono, in cui è composta; ed è confinata da regolare, e comoda estensione di grave, e acuto. Una tal idea è in genere secondo natura, e rispetto alla universalità delle cose è impossibile il pen-

sar

far più semplicemente, ed è impossibile, che i Greci stessi abbiano potuto di prima intenzione pensare altrimenti. Anzi essendo essi rispetto a noi li primi istitutori, è forza, che abbiano incominciato da questa idea di semplicità, perchè per quanto l' uomo sia capace di arte, e raffinamento, nella prima invenzione, e istituzione delle cose, si sa, che può tutto la natura, nulla l' arte, che anzi non ha luogo, senon su 'l dato di natura. In questa universalità d' idea musicale tengo per certo, che convenissero i modi antichi de' Greci co' nostri modi antichi Italiani, che qui devo cominciar a distinguere da' nostri veramente moderni, di che renderò conto tra poco. La specifica differenza degli antichi de' Greci si riduceva alla precisione de' moti, che noi diremo spezzature di note musicali secondo il diverso valore delle sillabe; alla precisione della scielta della tal voce relativa all' acuto, e al grave, che noi diremo Basso più che Tenore, Tenore più che Contralto ec.; alla precisione de' tali intervalli, come fulcri, e pose di cantilena, e quegli intervalli minori (noi diremo scale), che dovevano empire i maggiori, e dovevano esser limitati alla tale estensione; alla precisione delle maniere di espressione, differenti in ciascun modo (noi diremo buon gusto) secondo la natura della passione, a cui si aveva l' intento; alla precisione di quel tale strumento alla voce congiunto, che più conveniva al modo, e alla passione. Queste sono tutte avvertenze di natura, ed io non m' impegno di averle assegnate per l' intiero. Si aggiunga di più, che tra' Greci il Musico era congiunto al Poeta, il Poeta al Filosofo; e un' uomo solo, come Musico, Poeta, e Filosofo trattava cose di natura secondo natura appresso nazione desta, e colta, e interessata nelle cose stesse. Non son persuaso, che la musica sia passata da' Greci a' Latini con questa idea: molto meno da' Latini a noi. Indi la sua declinazione, e perdita totale. Ciò, che a' nostri antichi Italiani è rimasto, si è il solo materiale spogliato affatto della maggior parte, e più importante delle soprammentovate precisioni. Che ne' modi delle antiche Ecclesiastiche cantilene sia conservata fedelmente, e precisamente la natura del modo secondo le regole a ragguaglio stabilite, è cosa vera, ma vi manca il più; ed è, che sia provato esser quelle in precisione le regole, che per ciò adopravano i Greci. Per altro a' moti, o sia spezzature di note con ragione, e Prosodia a tal effetto ordinate; a determinazione di cantilena da assegnarsi piuttosto alla tal voce grave, che alla tale acuta, o per il contrario; alla scielta di tali intervalli piuttosto che di altri; alla espressione della cantilena piuttosto con questa, che con quella maniera; a scielta di strumento conveniente al modo, fin da allora si è lasciato di pensare, nè vi si è pensato mai più. Quanto poi vi abbiamo aggiunto del nostro, si è l' armonia equitemporanea, ch' è il concerto a più voci, la modulazione, e le buone maniere, o sia buon gusto. Qual effetto possa produrre la nostra armonia rispetto ad un tal fine, credo di aver provato abbastanza, che niuno in particolare, come sarebbe il bisogno.

gno. Qual effetto possa produrre la nostra modulazione, siamo per vederlo. Ho distinto qui sopra li modi antichi Italiani da' nostri veramente moderni. La distinzione era necessaria rispetto alla modulazione, che come ho detto altrove, ed ella pur sa, vuol dire il passaggio di armonia dal tuono proposto a tuono diverso, ma relativo al proposto. Nè basta al presente bisogno la spiegazione in generale; è forza discendere al particolare in sì fatto modo, che se ne abbia idea completa, e se ne formi scienza, perch' è una parte sostanziale della nostra musica moderna, e però doveva indispensabilmente aver luogo nel presente trattato. Sia questo dunque il suo luogo opportuno, in cui si rende necessaria per la comparazione de' modi.

Il fondamento principale della nostra modulazione sta nelle stesse tre note dell' esempio musicale 3 annesso alla figura VII, sopra le quali si è veduto esser fondata l' armonia, da cui si è dedotta la scala diatonica comune. Il fondamento è massimo, perchè si riduce alla dupla geometrica discreta 

: e però fondamento comune a' Greci, e a noi. Posta la proporzione in tre note musicali (non essendo necessaria la ottava) saranno  , quali si suppongono prime basi di terza maggiore, come si è dimostrato a suo luogo. A ciascuna nota assegnata la sua relativa di terza minore, tutte assieme saranno 

Queste sei note in tal modo dedotte, e intese come prime basi, sono il fondamento intiero della nostra moderna modulazione. Questa può vagare, e circolare per qualunque delle sei note suddette, trasportando la scala, e l' armonia di Csolfaut, che relativamente all' esempio è il tuono principale proposto, in cui deve principiare, e terminare l' armonia, in Gsolreut, e in Ffaut per l' armonia di terza maggiore; e trasportando la scala, e l' armonia di Alamirè (nota relativa di terza minore a Csolfaut) in Elamì, e in Dlasolrè per l' armonia di terza minore. Indi nasce nelle nostre composizioni frequenza grandissima di accidenti musicali, e però deviamento dal genere diatonico, perchè Gsolreut, Elami portano un diesis in chiave; Ffaut, Dlasolrè un ♭ molle in chiave. Modulando nelle note suddette, e determinando il tuono formato dalla scala, e dall' armonia rispettiva alle medesime con cadenze armoniche, è inevitabile l' incontro, e l' uso degli accidenti rispettivi, e questa è la sostanza della modulazione. Il suo ordine poi non ha legge stabile, e per lo più la sua regola è il sentimento del Compositore, benchè possa dirsi, che il sentimento fa conoscer molte verità, le quali servono poi di regola. Il passare con la mo-

modulazione dalla nota principale del tuono di terza maggiore alla quinta del tuono è di ſentimento comune, e però è fatta regola. Queſta regola ha il ſuo principio, e in conſeguenza la ſua ragione. Il tuono di terza maggiore è armonico per intrinſeca natura. Dunque il paſſaggio della modulazione dalla nota principale alla quinta è ſecondo la natura armonica, perch' è dall' eſtremo al ſuo mezzo. Da queſto principio veriſſimo ne viene, che quando con la modulazione ſi coſtituiſca tuono, ſenſo, e periodo, tutti per natural ſentimento venghiamo a conoſcere la ripugnanza, che s' incontra nel paſſar con la modulazione dalla nota principale del tuono di terza maggiore alla quarta del tuono. La ripugnanza naſce da contrarietà di natura. La quarta del tuono divide la ottava del tuono aritmeticamente. Se il tuono è di terza maggiore (armonico per natura), ſi deve ſentir ripugnanza. Se il tuono è di terza minore (aritmetico per natura), non ſi ſentirà ripugnanza alcuna. E' vero che tal ripugnanza non procede da difetto, che vi ſia o nella pianta, o nel Compoſitore. Il tuono di Cſolfaut è compoſto dalle due nature, armonica, e aritmetica, e però la modulazione giuſtamente può procedere per li due mezzi, armonico, aritmetico. Ma pure eſſendovi nello ſteſſo tuono le due modulazioni, il confronto, che naſce neceſſariamente dalle medeſime, ſcuopre la perfezione dell' una, la imperfezione dell' altra, e fa ſentire queſta ripugnanza. In genere ſe ſi avvertirà alla natura del tuono, e alle note relative più proſſime, coſicchè la modulazione proceda per gradi, e non per ſalti (ſarebbe per eſempio un ſalto, e non un grado di modulazione il paſſar ſenza mezzo conveniente da un tuono di ♭ a un tuono di ♯, e per il contrario); ſe ſi avvertirà a mantener la modulazione più nel tuono principale, che ne' tuoni acceſſorj, e relativi (ſi ſente molte volte il contrario) e diſtintamente nel principio, e fine della compoſizione, con tali avvertenze riuſciranno perfette le noſtre modulazioni. Ma troppo vi ſarebbe che dire impegnandoſi in queſto argomento, e però baſti la idea generale, come ſufficiente al biſogno. Non così nelle cantilene Eccleſiaſtiche, e nell' armonia, e cantilena de' modi del ſecolo decimoquinto. Altra modulazione non ſi trova, ſenon la intrinſeca del tuono propoſto, e tutta la muſica di que' tempi ſta perfettamente, e rigoroſamente nel genere diatonico. E però non ſi trovano accidenti di ſorte alcuna, ſe non il dieſis neceſſario alla ſettima nota della ſcala di terza minore per formar la cadenza armonica del tuono propoſto, che ſempre è l' unico, e il ſolo della intiera compoſizione. Se paragoniamo queſti due modi di muſica tra loro, l' antico Italiano era più grave, maeſtoſo, e ſevero del noſtro; il noſtro più vario, e vago dell' antico. Se paragoniamo queſti due modi Italiani agli antichi de' Greci, tengo per fermo, che l' antico Italiano foſſe più proſſimo del noſtro a' modi de' Greci, ed è facile il dedurlo dalle coſe dette. La noſtra modulazione è aſſai compoſta, e la idea formata da noi vi corriſponde, perchè in genere quella compoſizione

più si stima tra noi, che più è varia nella ragionevole modulazione. Confesso, che così in Italia che altrove si trovano in questo fare degli uomini eccellentissimi, l'arte de' quali mi fa maraviglia, e mi dà occasione d'imparare. Ma dubito con ragione, che quest' arte non corrisponda alla natura. Due cose ho osservato per molto tempo con attenta riflessione. Nelle nostre armoniche composizioni dopo un lungo giro di modulazione alle volte verso il fine si forma tasto fermo nel Basso fondamentale per molte battute, e sopra il medesimo si modula con varj accompagnamenti, de' quali resta sempre base costante in diverso aspetto la stessa nota fondamentale; e però la modulazione resta nel tuono stesso, di cui è prima base il tasto fermo, quale in tal caso non può esser se non o la quinta, o la nota principale del tuono proposto. Qualunque sia la modulazione, non può esser che semplicissima, quantunque vi s' interpongano accompagnamenti discordanti, perchè finalmente è regolata e sostenuta da una sola base. Ho osservato in varie circostanze un effetto costante. Quell' uditorio, il quale molte volte niuna, o poca attenzione ha prestato alla composizione, l' ho veduto sempre attento all' armonia del tasto fermo. Si osservi, e trovando che sia così, si rifletta, che questa è osservazione di natura. L' altra mia osservazione è comune a tutte le nazioni, appresso le quali sia in uso la nostra musica moderna. Ciascuna di queste nazioni ha le sue canzoni Popolari, molte delle quali sono di antica tradizione, molte prodotte di nuovo, e adottate dal genio comune. Per lo più sono semplicissime, anzi si osservi, che le più semplici, e naturali sono le più ricevute. E' certo che in queste nè vi è, nè vi può esser molta modulazione: al più vi sarà nella quinta del tuono. Che il Popolo ascolti più volentieri una di queste canzoni di qualunque esquisita cantilena modulata per tutto il suo giro, è osservazione quanto facile a farsi, altrettanto sicura nel verificarsi. Ma si dirà, che l' effetto è equivoco, perchè potrà ugualmente procedere, e procederà forse più dalle parole delle canzoni, nelle quali il Popolo prende interesse, che dalla musica delle canzoni. Ed io rispondo, che date le stesse parole congiunte alla cantilena semplice della canzone, e alla cantilena esquisitamente modulata secondo l' arte nostra; e dato lo stesso Musico, che canti l' una, e l' altra, il giudicio favorevole del Popolo sarà sicuramente per la prima. Replico quanto ho detto altrove: la natura ha più forza dell' arte; e aggiungo con franchezza, che il maggiore, e il miglior genere è il diatonico, ma è difficilissimo a ben trattarsi, perchè appunto è di estrema semplicità, come il più prossimo alla natura. Se così è, la nostra modulazione ci ha deviati maggiormente dall' intento, che si proponevano i Greci.

Resta a vedere qual effetto per ottener lo stesso intento possan produrre le nostre buone maniere, o sia ciò, che noi chiamiamo buon gusto. Questo consiste primieramente, e principalmente nella voce del Cantante prodotta, e portata con dolcezza, rimessa, rinforzata, sostenuta a suo tem-

po

po ec. Secondariamente in appoggiature, trilli, modi di tempo rubbato, e protratto, modi di canto naturali, e artificiali adattati a dovere alla cantilena ec. Ma prima di avanzarmi in questo proposito si avverta a non creder falso il mio supposto, mentre sembra, che io supponga il buon gusto una invenzione de' nostri tempi. Lo so, non è invenzione de' nostri, nè degli antichi tempi: è un prodotto della natura umana. Da che si canta, e si suona, la natura stessa indipendentemente dall' arte ha fatto sentire prodotti maravigliosi in ogni tempo, e in ogni nazione; e continua, e continuarà in questo possesso, finchè duri col mondo la umana spécie. Indi è derivata l' arte, e relativamente a' tempi, e a' modi musicali son più che certo, che vi è stato, e dev' esservi il buon gusto come parte sostanziale della musica esecutrice. Dunque a' nostri tempi, e a' modi nostri musicali si riferisce la mia proposizione, che però è particolare. Se il nostro modo di musica è diverso da' modi antichi Italiani, a ragguaglio dev' esser diverso il nostro buon gusto da quello de' nostri antichi. Se fosse altrimenti, non si potrebbe negare un grave, e sommo errore in uno de' due modi: essendo cosa affatto impossibile non solo secondo la natura, ma ancora secondo l' arte, che date due specie diverse di musica, a ciascuna possa convenire la stessa espressione, e modificazione. La cosa è talmente per se chiara, che stimo inutile il provarla. Ma dal buon gusto dipende espressione, e modificazione; e queste devono esser diverse. Dunque diverso il buon gusto. Non dico già, che li suoi primi, e generali principj non devano esser uniformi in qualunque modo di musica. Voce ottima per natura, e ottimamente regolata dall' arte è principio universale; e quando manchi natura, è in ciò necessario il supplemento dell' arte, perchè per mio sentimento la universalità, e la maggior perfezione del buon gusto sta nella voce, e nella espressione. Questo io chiamo il vero buon gusto secondo natura, perchè appunto conviene a qualunque modo di musica. Tutto il di più è particolare in sì fatto modo, che quando si esamini senza passione la convenienza, e la disconvenienza dell' applicazione de' trilli, appoggiature, maniere cantabili ec., si troveranno casi frequenti assai, ne' quali niuna di tali cose può ragionevolmente aver luogo. Nelle Chiese si canta *Miserere mei Deus*; ne' Teatri si va alla morte con le migliori grazie musicali suddette. E' bene, che l' assuefazione, e il costume non dia luogo alla riflessione. Per altro basta riflettervi, perchè sia immediatamente convertito nel suo contrario qualunque piacere possa riceversi dalla più perfetta esecuzione. La cantilena adattata alla passione, la voce adattata alla cantilena, e per propria naturale qualità, e per arte di modificazione, e per convenienza di grave, e acuto avrà luogo in qualunque tempo, e circostanza; e in genere nulla più. Discendendo al particolare intendo benissimo la convenienza dell' adattazione delle nostre grazie musicali a moltissime cantilene; ma delle stesse grazie musicali a tutte le cantilene non la ho intesa, nè la intende-

derò mai. Son troppo persuaso, e convinto, che quando la cantilena fosse veramente adattata alla passione espressa dalle parole, ciascuna cantilena dovrebbe aver i suoi modi individui, e particolari di espressione, e in conseguenza il suo buon gusto individuo, e particolare. Che così intendessero, e operassero i Greci, è di necessità indispensabile rispetto al loro intento: proposizione per me talmente vera, che se fosse stato altrimenti, nego immediatamente il fatto, la storia, e la possibilità di natura. Se noi intendiamo, e operiamo diversamente, la cagione si è, che la musica sola, e disgiunta da qualunque altra considerazione si è fatta l' unico nostro fine, ed intento. Propostaci questa come genere, specie, e individuo, e tutto riportato alla medesima in questo senso, vanno benissimo, e si accordano all' oggetto la nostra armonia, le nostre cantilene, e il nostro buon gusto. In questo senso abbiamo qui, e altrove eccellentissimi Compositori, ed esecutori, l' arte de' quali appaga, e contenta il genio di tutta Europa: segno manifestissimo in genere che questa è verità di natura, perchè *Nemo omnes fallit*. Ma quando si proponga lo stesso fine de' Greci, siamo affatto lontani dalla possibiltà di ottenerlo co' nostri mezzi. Vi si oppone la nostra armonia, come genere includente specie diverse di grave, e acuto. Il bisogno per ottener l' intento è di una sola specie individuata alla passione. Vi si oppone la nostra cantilena, come modulata secondo l' arte nostra; come sciolta da qualunque ragguaglio materiale, e formale alla Prosodia; come indipendente da obbligo di scielta d' intervalli di maggior, e minor estensione in grave, e acuto, e di scielta di voce determinata. Il bisogno è del solo tuono principale; di legame alla Prosodia intorno alle sillabe lunghe, e brevi, e molto più risguardo a' piedi convenienti alla passione (risguardo quanto vero, altrettanto difficile), a' quali deve corrispondere identicamente la cantilena; di precisione d' intervalli scielti in analogia di natura alla passione (cosa egualmente vera, e difficile); di determinata estensione, in grave, e acuto; e di voce specificata, piuttosto grave, che acuta, piuttosto media, ch' estrema, o per il contrario secondo il bisogno della passione. Vi si oppone finalmente il nostro buon gusto, come sempre lo stesso in qualunque cantilena, e come composto da que' tali componenti particolari, che per adattarli a qualunque circostanza portano seco evidente contraddizione di natura. Il bisogno è di buon gusto sempre diverso a ragguaglio delle diverse passioni; sempre composto da que' minimi componenti, che sono particolari, e individui di quel tal modo di cantilena ricercato dalla passione, e non mai adattabili ad un altro modo. Se la passione sia composta di più passioni (cosa frequente), in tal caso vi sarà per il più la passione principale come dominante, e però primo oggetto. Se due passioni siano in grado eguale (cosa possibile), allora nella stessa cantilena il bisogno è doppio a ragguaglio del moto di due diverse passioni. Io qui troppo m' inoltro senza avvedermene; ma non già troppo perchè io dubiti sulla verità delle pro-

posi-

posizioni suddette, ma perchè nella oscurità in cui siamo, risultano esse di tale, e tanta precisione, che se ella Sig. Conte mi chiedesse un esempio musicale dedotto dalle medesime, si crederebbe ch' ella avesse più ragione di chiederlo, che io di negarlo. Ma adagio per cortesia. Le mie proposizioni sono dedotte dalle osservazioni di natura, comune a' Greci, e a noi; e però sono osservazioni dedotte dal massimo de' generi tutti. La loro precisione dunque non nasce intrinsecamente dalla loro deduzione, ma dalla loro adattazione a' modi antichi, e moderni tra loro comparati. Precisione di tal fatta non basta al bisogno per proporre un esempio, e troppo di più si richiede. Si richiede nell' Attore la congiunzione di tre cose in una: Costume specificato a passione, Poesia, e Musica; e però è necessario in grado eminente un uomo Filosofo, Musico, e Poeta. Si richiede in chi ascolta l' animo disposto in genere all' effetto; disposto in ispecie secondo diversi rispetti, e sono: Assuefazione a quel tal genere di musica. Son certo, che in tal rispetto il migliore tra' Greci antichi potrebbe senza ottener il suo fine cantare a talento alla odierna Dalmata Nazione, la di cui musica non ha intervalli determinati, ma è un continuo di voce protratto a discrezione in grave, e acuto. Conformità d' idee rispetto al costume. Se le idee di chi ascolta non sono conformi al rappresentato costume, o rimarrà indifferente, o se sono contrarie, più che mosso sarà ributtato. Son certo, che rappresentato ad un Cannibale un oggetto nel costume il più tragico, non abborrirà, ma goderà dell' oggetto. Confacenza de' moti rispetto al metro. Vi sono Popoli, e Nazioni intiere di moto per natura tardo, altri di veloce, altri di temperato. Quel moto, che non basta allo scuotimento di uno, può bastare, e avanzare allo scuotimento di un altro; e ciò in genere di natura, e di educazione. In ispecie di natura, e di educazione chi è pratico abbastanza delle sole Nazioni Europee, avrà osservato la differenza del grado de' moti tra una Nazione, e l' altra nell' atto più intenso della rispettiva passione. Questi (ciascuno da se) sono generi, e generi sommi, de' quali tutti come specie, formato un genere solo, allora si potrebbe forse assegnare un esempio conveniente. Dico forse, perchè rispetto al complesso di tutte le suddette condizioni, che formava il genere de' Greci antichi, quando anco si arrivasse presentemente a scoprirlo, e formarlo tale, qual era appresso i medesimi, dubito assai, che producesse appresso noi lo stesso effetto. Credo di aver detto qui sopra cose verissime. Se tali sono, è troppo ragionevole il mio dubbio: anzi quando io avanzassi la seguente proposizione; esser impossibil cosa, che il costume, la Poesia, la Musica, ch' era omogenea, e conveniente agli antichi Greci, dovesse esser egualmente tale a noi Italiani, e ad altre Nazioni de' nostri tempi, e costumi, questa proposizione nulla avrebbe di ardito. Il seme delle passioni è in genere lo stesso negli uomini tutti. La sua specifica differenza è la educazione, e il costume. Nel nostro caso abbisogna non il genere, ma la differen-

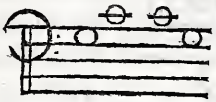
ren-

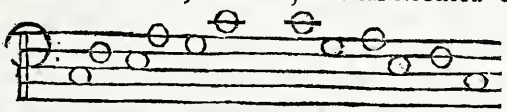
renza. Dunque. Perciò nella sorgente universale di natura dovremmo con molto maggior ragione cercare la omogeneità, e convenienza nostra relativa alle nostre presenti circostanze piuttosto che la scoperta di ciò, che quando anco riesca di scoprire, è facil cosa, che a nulla ci serva. Ciò sia detto rispetto al genere universale delle cose tutte, le quali per ottener tale intento sono necessarie. In queste mi son internato più del mio dovere, che nel caso presente è di Musico, non di Filosofo, nè di Poeta.

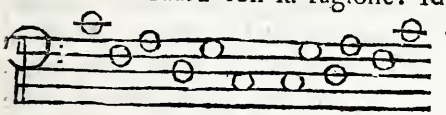
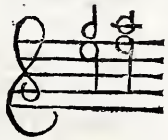
Ma ella Sig. Conte (lo preveggo) mi aspetta appunto di ritorno al mio mestiere per domandarmi in concreto, e in precisione la differenza della natura de' musicali nostri intervalli, che qui sopra ho asserito in genere esser tra loro di natura diversa: ricerca al Musico appartenente; e per domandarmi forse qualche cosa di più, come sarebbe se non altro la mia opinione sopra la particolar natura de' rompimenti, o siano spezzature delle nostre note musicali, riportati identicamente nel valore a' piedi della Prosodia: considerazione comune non solo al Musico, e al Poeta, ma al Filosofo ancora.

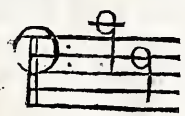
La prima ricerca, che pur è di mia convenienza particolare, è per me difficile molto più della seconda, ch' è di convenienza comune. La ragione è chiara. L' assuefazione di un Professore alla musica incominciata, e proseguita senza riflessi particolari naturaliza talmente in forza dell' abito le sue parti, che quando tra queste non vi sia specifica differenza, riesce quasi impossibile il distinguerle tra loro per sentimento: molto più, se la distinzione cada sopra individui della stessa specie, o parti della stessa categoria, come appunto sono gl' intervalli consonanti del sistema sestuplo integrale, e gl' intervalli della scala diatonica comune. Si aggiunga, che quando il sentimento non sia in tutti comune, e uniforme, nulla conchiude, perchè restando individuo, e particolare non forma quella sicurezza, che in tal caso bisogna, perchè equivalga alla scienza. E' forza dunque di ricercare in ispecie sopra qual parte il sentimento di tutti si accomuni, e uniformi; e di ricercare in genere un principio di ragione universale, che ad onta de' contratti pregiudizj particolari corregga il sentimento, se ve ne ha bisogno, e ad onta dell' assuefazione lo faccia avveduto. Questa non è piccola cosa, nè indifferente: tuttavia alla prova.

Dovendo io esser corrispondente a' miei principj, l' esame di sentimento, e di ragione deve cadere sopra l' armonia, e non sopra la cantilena, perchè quella è cagione, e radice, questa effetto, e prodotto. Per sentimento comune di tutte le Nazioni, appresso le quali si coltiva la nostra musica, l' armonia di terza maggiore è forte, allegra, ardita; l' armonia di terza minore è languida, malinconica, e dolce. Riducendo il sentimento comune a ragione, null' altra può assegnarsi in genere fisico dimostrativo, se non la natura armonica della prima, l' aritmetica della seconda: quella nel continuo, e però più forte; questa nel contiguo, e però più lan-

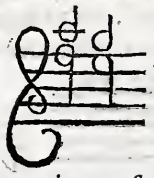
languida. Dalla forza della prima l' effetto allegro, e ardito; dalla debolezza della seconda l' effetto malinconico, e dolce. Riflettendo a questo principio di ragione trovo, che un salto di quarta ascendente deve aver più forza dello stesso salto discendente  a cagione della cadenza armonica formata dal salto ascendente, dell' aritmetica formata dal discendente. In forza di questa ragione osservo ciò, che succede nel mio sentimento, e lo faccio osservare ad altri. Trovo, che il mio, e l' altrui sentimento corrisponde alla ragione, e si confessa, che così fisicamente succede. Dunque valerà la stessa ragione, e sentimento per il salto di quinta discendente, e ascendente. Discendente sarà più forte, allegro, e ardito; ascendente sarà più debole, malinconico, e dolce, perchè discendente forma cadenza armonica, ascendente aritmetica. Dunque dato nel Basso fondamentale un progresso di salti di quarta ascendenti, l' armonia sarà forte, e allegra: di salti discendenti, debole, e malinconica ec.



Siccome il progresso de' salti suddetti spiega molto più l' effetto, così fatto giudice di sentimento un Popolo intiero di Professori, dico, che il giudicio si accorderà con la ragione. Identicamente lo stesso ne' salti di quinta  . Ma il progresso forma cantilena, e la parte seguita la natura del tutto. Dunque della stessa natura saranno rispettivamente le cantilene formate dal progresso de' salti suddetti. Dunque con questo principio si può scoprir la natura di ciascun intervallo della scala diatonica. Perchè se dal progresso dell' armonia nasce la cantilena, e questa non può non esser della stessa natura dell' armonia, da cui nasce, dato sopra la cadenza armonica il semituono maggiore, e il tuono minore dimostrativamente ascendenti  , l' effetto loro (come ascendenti) sarà forte, allegro, arditto. Convertita la cadenza armonica in aritmetica, e per conseguenza



convertiti dimostrativamente li due intervalli suddetti di ascendenti in



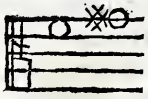
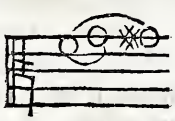
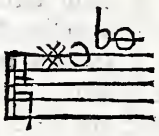
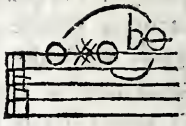
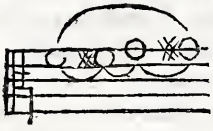
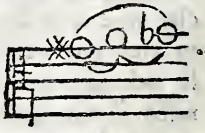
discendenti, l' effetto loro (come discendenti) sarà languido, mazza del semilo stesso dine, e il tuono minore soprastante è di forza fisica dimostrativa della stessa armonia. Dunque tale è la natura di que' due intervalli e per ragione, e per sentimento. Ecco dunque la chiave in mano per iscoprir con ragione la natura degl' intervalli; la chiave si è l' armonia. Perciò il più difficile a scoprirsi è il principale di tutti, ch' è la ottava, a cagione di non potersi ragguagliare all' armonia. Ma la ragione è altronde. Se questo è il primo di tutti gl' intervalli, il suo carattere dev' esser di semplicità, gravità, e maestà. Il carattere di semplicità è manifesto nella conversione del termine acuto in grave, perchè diventa unisono. Di gravità, e maestà a me pare altrettanto manifesto, quanto che di propria natura non può convenire, senon al Basso; e però intervallo forte, e severo, benchè congiunto a semplicità somma. Di fatto formata una cantilena di salti di ottava progressivi, o ascendenti, o discendenti, ed eseguita a ragguaglio, e a confronto da un Basso, e da un Soprano (gli estremi scoprono a maraviglia), la ben eseguita dal Basso imporrà con l' ottimo effetto suddetto; la ben eseguita dal Soprano non solo non produrrà lo stesso effetto, ma se al sentimento di chi ascolta sia congiunto qualche riflesso, l' effetto sarà disgustoso, e ributtante. E qui comincia ad offervarsi un altro principio di ragione, e sentimento, ch' è la convenienza degl' intervalli alle voci rispettive. Rigorosamente il principio è lo stesso, cioè l' armonia. Ma come nell' armonia disposta a rigore ciascun intervallo ha il suo luogo particolare nelle voci rispettive integranti, o costituenti l' armonia; così a ragguaglio nella progressione dell' armonia formandosi la cantilena nelle voci suddette, gl' intervalli, che risultano da necessità, e non da arbitrio, vengono rispettivamente individuati a ciascuna voce; e questo è il principio particolare della loro convenienza. A ragguaglio di questi due principj la considerazione è doppia in ciascun intervallo della scala diatonica, cioè secondo la natura dell' effetto, e secondo la convenienza del luogo. Le conseguenze, e deduzioni sono tali, e tante, che importerebbero un intiero, e ben lungo trattato. Questo non è nè il luogo, nè il tempo; ed ella, Sig. Conte, sa troppo ben dedurre da se. Passo dunque a dirle la mia opinione sopra la natura de' rompimenti delle note musicali ragguagliati nel valore a' piedi della Prosodia; vuol dire in sostanza la natura de' piedi, e non la natura delle note musicali ragguagliate a' piedi, perchè in tal rispetto la musica serve materialmente alla Poesia. Questa ispezione è propria del Poeta, molto più come Filosofo, che come Musico. La cosa è chiara, perchè al Poeta Filosofo appartiene l' in-

da-

dagare la convenienza de' moti relativi alla passione; e però deve conoscer intimamente la corrispondenza de' sensi interni con gli esterni, per mezzo de' quali si deve far strada agl' interni co' moti estrinseci convenienti. Al Musico in ciò null' altro appartiene se non il conservare i moti suddetti con esattezza, e rigore. Però dissi a principio, che la prima ricerca della natura degl' intervalli musicali era per me molto più difficile della seconda ricerca della natura de' rompimenti musicali. Nella prima ricerca aveva debito d' interessarmi, e internarmi perchè Musico. Non ho debito nella seconda, perchè non son nè Poeta, nè Filosofo. Venga dunque un Poeta Filosofo a far le sue parti. In tal caso ho opinione sopra il loro dato di poter, e saper fare anch' io la parte mia. Questa, e non altra è la mia opinione sopra la ricerca seconda. Se poi ella, che meco tutto può, e deve poterlo, mi obbligasse a far prova di me stesso, come Poeta, e Filosofo su tal argomento, le dirò con la mia solita sincerità, che in voce non avrò difficoltà alcuna di trattar seco lei questo argomento quanto ella desidera, e comanda: in iscritto non certamente. So i miei confini, e li osservo a rigore. Niente più facile della comunicazione di uno scritto o per lettura, o per copia. Mi arrossisco presentemente immaginando in tal caso la mia comparsa di Musico, Filosofo, Poeta. Me ne avanza della sola di Musico in sì fatto modo, che me ne resta confusione molto più che compiacenza. Sia questo dunque il mio confine; e il più dove io credo lecito l' avanzarmi in tal proposito, si è il farle nota una mia maliziosa osservazione particolare. Se vi è musica nelle Nazioni (e musica in qualche modo vi è da per tutto) non si troverà mai disgiunta dal Ballo. Questo è la chiave per iscuoprire, e dedurre i moti, e rompimenti rispettivi secondo la diversità delle Nazioni; nè vi è pericolo di errore, perchè il linguaggio è di natura. Indi la costanza per secoli, e secoli dell' uso dello stesso Ballo adottato dalle rispettive Nazioni in sì fatto modo, che dalla Nazione finalmente vien denominato. In ciascuno di questi Balli si troveranno infallibilmente i moti fisici relativi alle sillabe lunghe, e brevi, e a' piè Prosodiaci: basta osservarli, e riportarli, il che non è difficil cosa. Questa in tal proposito è la mia Filosofia, che io con più vero nome chiamo maliziosa osservazione. Ella poi giudichi, se nel caso presente giovi più esser Filosofo, che osservatore; e qui finisco il Capitolo quinto, molto più contento di averla obbedita, che di quanto ho detto.

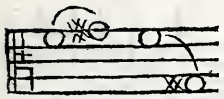
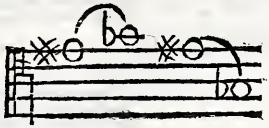
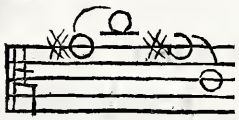
CAPITOLO SESTO.

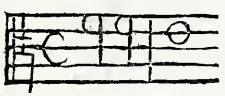
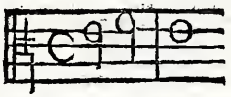
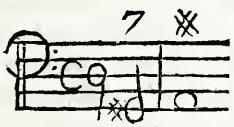
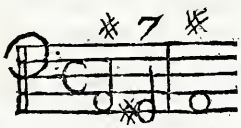
Degl' Intervalli, e Modulazioni particolari della Musica moderna.

TOrno in sicuro tornando al presente sistema, sopra cui fondato mi avanzo all' esame di que' particolari intervalli, e modulazioni, che si usano comunemente nella musica moderna, ma non si usavano nel secolo decimoquinto. Se allora vi sia stato qualche particolar Compositore, che abbia usato que' tali intervalli, de' quali son per trattare; o se il loro uso abbia cominciato posteriormente, io non lo so, nè m' importa il saperlo; bastandomi, che si usino presentemente per esaminare il loro fondamento, e la loro natura. Questi particolari intervalli sono tre. La seconda superflua  , vera seconda rispetto alle lettere musicali Ffaut, Gsolreut, ma maggiore del tuono sesquiottavo di un semituono minore  . La sua forma è 75, 64. La terza diminuita  , vera terza rispetto alle lettere musicali Gsolreut, Bsà, ma minore della terza minore di un semituono minore  . La sua forma è 144, 125. In questi due intervalli nasce il caso pratico, che una seconda sia maggior ragione di una terza, perchè la seconda superflua costa di tre semituoni  ; La terza diminuita di due soli semituoni  .

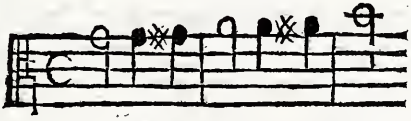
La quarta diminuita , vera quarta rispetto alle lettere musicali Gsolreut, Csolfaut, ma minore della quarta naturale di un semituono minore . La sua forma è 32, 25. Nella secon-

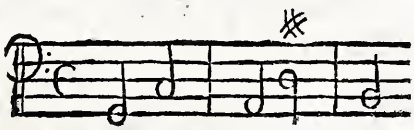
da

da ſuperflua convertendo l' acuto in grave, naſce la ſettima diminuita  : intervallo di molto uſo tra noi. Nella terza diminuita convertendo l' acuto in grave, naſce la ſeſta ſuperflua diminuita  : egualmente di molto uſo. Nella quarta convertendo l' acuto in grave, naſce la quinta ſuperflua  : abbaſtanza frequente tra noi.

La ſettima diminuita ſi conſidera, e ſi tratta da noi come diſſonanza, ma non ſtrettamente, perchè ſi riſolve ſempre diſcendendo per ſemituono, ma non ſi apparecchia ſempre, com' è la legge univerſale delle diſſonanze  . Egualmente  , anzi in  

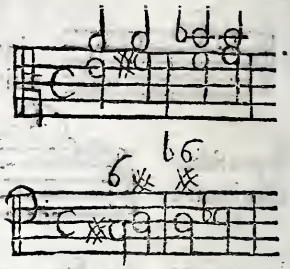
queſto modo ſecondo ſi adopra parimenti la ſettima minore, cioè Ffaut con ✻. La quinta ſuperflua ſi conſidera, e ſi tratta da noi non come diſſonanza, ma come diſcordanza, perchè non ſi apparecchia, e aſcende.

 ec.

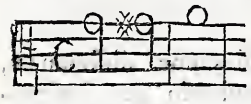


E' ben

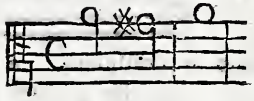
E' ben vero, che ſi conſidera in altro modo, come quarta diminuita, perchè ſi tratta a guiſa d' intervallo conſonante. Ma di Dlaſolrè ſeconda baſe eſſendo prima baſe Bfà, di cui Ffaut ※ è quinta ſuperflua, ancor queſta ſi viene a trattare come intervallo conſonante.



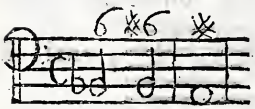
La ſeſta ſuperflua ſi conſidera, e ſi tratta da noi a guiſa di conſonanza

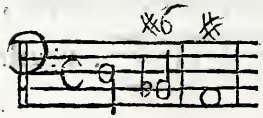


. Egualmente prima baſe



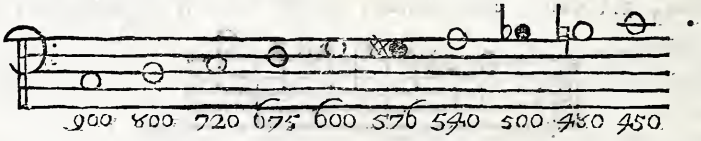
. Ma ſi ſuppone Gſolreut ※.



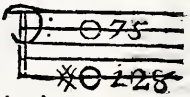


Altri maneggi ſi deducono praticamente da queſti intervalli, ma baſtano in genere gli eſempi addotti per averne ſufficiente idea.

Dico, che tutti queſti intervalli ſono incluſi nel preſente ſiſtema univerſale; ſono i preciſi dell' eſempio 4. muſicale delle diſſonanze anneſſo alla figura VII, con cui ſi è inſpeſſata la ſcala diatonica comune; e ſono cromatici, ed enarmonici relativamente al preſente ſiſtema. Replico la ſcala inſpeſſata ridotta col numero alle ſue forme.

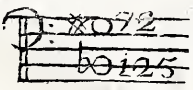


La ſeconda ſuperflua è tra Ffaut 675, Gſolreut ※ 576: indi la ſettima diminuita



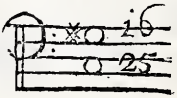
.

La terza diminuita è tra Gſolreut ※ 576, Bfa 500: indi la ſeſta ſuperflua



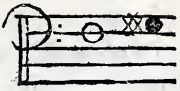
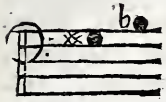
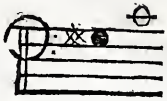
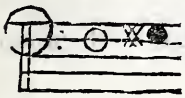
.

La quarta diminuita è tra Gſolreut ※ 576, Cſolfaut acuto 450: indi la quinta ſuperflua

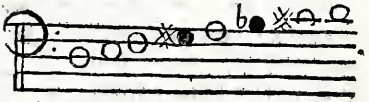
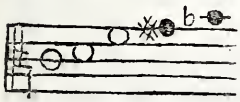
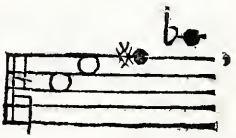
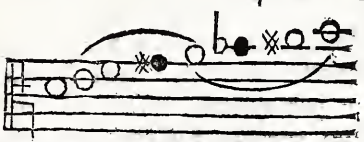


.

Di-

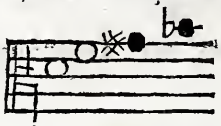
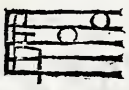
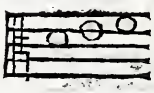
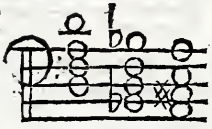
Dico, che l' intervallo  è cromatico; che l' intervallo  è enarmonico; che l' intervallo  è cromatico relativamente al preſente ſiſtema. Non vi è biſogno di prova, perchè tuttociò è già dimoſtrato nel Capitolo quarto. Dico, che l' intervallo  è ſecondo la idea del Triemituono antico incompoſto.

E' vero triemituono, perchè diviſibile in tre ſemituoni , ma reſta indiviſibile riſpetto alle lettere muſicali Ffaut; Gſolreut, tra le quali non vi cade, nè può cadervi altra lettera. Non così dell' intervallo , perchè tra Gſolreut, Bfà vi cade Alamirè.

Di qual natura ſiano poi queſt' intervalli, e qual per natura debba eſſer il loro maneggio, ſi può eſaminare con un eſempio muſicale alla mano dedotto a tutto rigore dalla ſcala ſeguente  . Lo ſcheletro, e fondamento di queſta ſcala è in preciſione l' eſempio 4  , da cui ſia ſottratta la prima nota Cſolfaut, come univerſale, e comune a qualunque ſiſtema. Reſtando dunque le quattro note particolari dell' eſempio 4  è chiara la formazione del tuono di Dlaſolrè con terza minore, e de' due tetracordi eguali  .

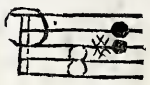
Ora dico, che tal genere di muſica può trattarſi praticamente a rigore eſattiſſimo della ſcala ſuddetta, e a rigore eſattiſſimo de' ſuddetti intervalli sì nell' armonia del Baſſo fondamentale, come nella riſpettiva cantilena delle parti. Le leggi da oſſervarſi naſcono da per ſe dalla natura della ſcala. Sarà la prima, che non potranno, nè dovranno eſſer

pri-

prime basi, se non le note capaci di quell' armonia, da cui è dedotto il genere diatonico, quando sia vera la proposizione, che qualunque altro genere è dedotto dal diatonico, come da radice, e principio primo. Ma la proposizione è troppo vera, perchè se i due generi Cromatico, Enarmonico nascono dalle ultime minime divisioni del semituono maggiore, si deve supporre il semituono non diviso. Ma questo è diatonico; dunque non possono darsi li due generi suddetti, se non appoggiati, e stabiliti sopra il genere diatonico. Dunque così, e molto più l' armonia. Di fatto nell' esempio 4  la cosa è evidente. Il primo intervallo è la terza minore  . Dunque diatonica, perchè il dedotto  è scala diatonica comune. Dunque nel Basso fondamentale non potranno trovarsi altre prime basi, se non le tre  , perchè nella scala suddetta altre note non vi sono, se non le tre assegnate, le quali siano capaci di tal armonia fondamentale. Nè vi è luogo a supplemento con accidenti di ✕, ♭, perchè la seconda legge dev' essere la inalterabilità della scala sì nell' armonia, come nella cantilena; altrimenti si mutarebbe natura. E però se per esempio si volesse porre per prima base Ffaut , levando il ✕ a Csolfaut della scala, sarebbe errore. Egualmente se si volesse porre per prima base Csolfaut naturale, Gsolreut naturale, ec., sarebbe errore, perchè sarebbe inversione di natura. In somma com' è inalterabile la scala comune in ragguaglio alla natura del genere diatonico, così dev' esser inalterabile questa nuova scala in ragguaglio al genere particolare del presente sistema. Molto più, perchè finalmente queste due scale devono esser a comun condizione. Dallo stesso universale principio si è dedotta per dimostrazione la scala diatonica, e si è dedotta per dimostrazione la presente. Dunque inalterabili e l' una, e l' altra.

Con queste due sole leggi si può trattare praticamente tal genere di musica, e per quanto risulta alle mie, e altrui orecchie disappassionate, con ottimo effetto. Ed ecco un esempio di ben poco studio, e fatica: trasportato il tuono in Alamirè per comodo degli strumenti:

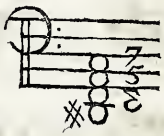
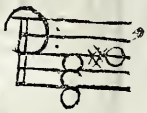
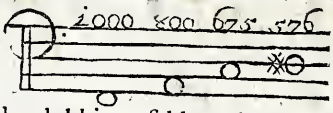
p.o
f.e
p.o
f.e
p.o
f.e
p.o
f.e

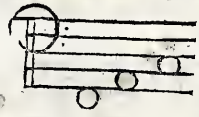
Dico, che in questo esempio non vi sono dissonanze (eccettuata la quarta, e terza delle cadenze, qual è del genere diatonico), e lo dimostro. Se vi fosse dissonanza, non potrebbe esservi, senon nell' armonia equitemporanea delle quattro note  , quali corrispondono

$\frac{6}{4}$

al numero organico di terza base della settima 3, e però convertendo il

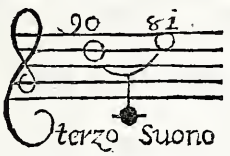
$\frac{7}{5}$

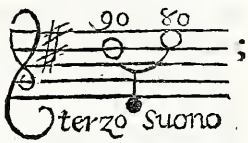
numero in prima base, diventa 3, cioè  , ch' è forma di dissonanza. Ma convertendo questa forma nella seguente  si trova, che nel numero non organico, ch' è materiale, ma della proporzione armonica, che è costitutivo della natura, è forma di consonanza. Dunque la sua vera forma è la seconda, e non la prima. Dunque nell' esempio non vi sono dissonanze. Che nella forma seconda si trovi la proporzione armonica, è chiaro assegnando il numero a ciascuna nota 

. Le tre note Ffaut 1000, Alamirè 800, Csolfaut 675 sono le precise della scala diatonica comune, e però sopra queste non cade dubbio, sebben la forma, o sia ragione sesquiquinta tra Alamirè 800, Csolfaut 675 sia alterata: eccedendo 675 della ragione 81, 80, come si è veduto altrove. Ma questa alterazione è intrinseca, ed è inseparabile dall' armonico sistema, da cui si è dedotta la scala diatonica comune; e però nulla deroga al sistema, come armonico. Resta a vedere il quarto termine, ch' è la nota musicale Dlasolrè 𝄪. Quando questo si trovi o in armonica proporzione con gli altri termini, o talmente prossimo all' armonica proporzione, che sia sificamente impossibile il distinguer la minima differenza, sarà innegabile la mia propositione. Le tre note musicali  sono come $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. Dunque perchè il quarto termine, o sia nota musicale Dlasolrè 𝄪 sia in proporzione armonica co i tre antecedenti, dovrà esser $\frac{1}{7}$. Sia dunque comparato Csolfaut 675, Dlasolrè

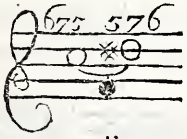
576 alla ragione 6, 7, o sia $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}$. 675 : 576 Si trova la mini-

$$\begin{array}{rrcr} & 675 & : & 576 \\ & 6 & & 7 \\ \hline \textit{differenza}\ 18: & 4050 & 18: & 4032 \\ & 225 & & 224 \end{array}$$

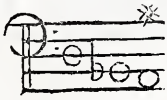
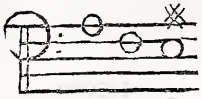
ma differenza razionale della ragione 224, 225, di cui manca Dlasolrè ✕. Ma questa ragione differenziale 224, 225 è molto minore della ragione 80, 81, di cui 675 eccede la vera forma sesquiquinta, e pure è ammessa dimostrativamente nell' armonico sistema. Dunque molto più dev' esser ammessa nello stesso sistema la molto minor ragione suddetta 224, 225; tanto più, che in risguardo al terzo suono è fisicamente sensibile la differenza di 80, 81, perchè in di lui forza si distingue ad evidenza fisica il tuono minore 

dal tuono maggiore 

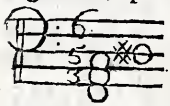
;

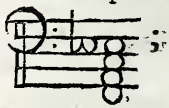
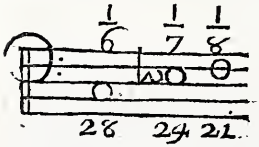
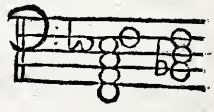
non è fisicamente sensibile la differenza di 224, 225, perchè dato $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ nelle note musicali , si avrà terzo suono Ffaut. Egualmente dato 

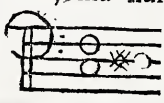
, si avrà terzo suono Ffaut, perchè il dito del suonatore premente la corda non arriva a distinguere il punto fisico di un solo termine della differenza 224, 225, ma nella pressione comprende assieme non solo i due punti fisici de' due termini suddetti, ma più ancora in eccesso, e difetto; e in tal caso il terzo suono ad evidenza fisica si determina a Ffaut. Dunque la vera forma è ed è forma consonante.

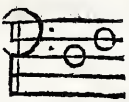
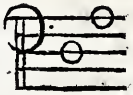
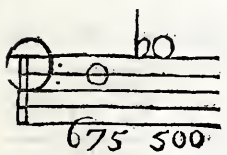
Si aggiunga quanto si è detto qui sopra, cioè che nella scala suddetta non possono darsi se non le tre prime basi  , quali trasportate in tuono di Alamirè sono  . Dunque Ffaut prima base, non mai Dlasolrè ✕. E' vero, che nella battuta 14: dell' assegnato esempio si trova, che ridotto il Basso a prime basi, vi sono due prime basi irreducibili alla diatonica ar-

monia. Ma non per questo vi è dissonanza alcuna; ed io ad arte ivi ho voluto far vedere qual sorte di prime basi proceda a rigore da tal genere di armonia, e qual possa, e debba esser il loro pratico uso.

Si opporrà, che in tal modo si rovescia il fondamento del numero organico, perchè si rende possibile una prima base col numero $\overset{\text{※}\ 6}{\overset{5}{3}}$, cioè  , qual numero è della seconda base della settima, non mai della prima base, il di cui numero dev' esser $\overset{7}{\overset{5}{3}}$. Ma io risponderò, che la colpa non è mia: è del sistema. Son condotto dalla di lui forza a dovermi sottoscrivere al numero di proporzione, e non al numero organico materiale.

Si opporrà (e con giudicio molto) che quando si abbia a continuar la proporzione armonica oltre $\frac{1}{6}$ fino a $\frac{1}{7}$, la nota musicale corrispondente non è, nè può esser mai Dlasolrè ※, ma Elafà  ; e questa nota è secondo la vera natura della proporzione, e del tuono musicale, perchè divide armonicamente la quarta  . Perciò il tuono resta costituito in Bfà di terza maggiore per la cadenza armonica relativa  : tuono ben lontano per natura dal tuono di Alamirè di terza minore, in cui si è qui costituito l' esempio musicale. Dunque falsa la proposizione ec.

La opposizione è bella, e buona, ma nulla tiene in questo particolare sistema, perchè data la quarta  dico, che Dlasolrè ※ è divisore armonico in differenza razionale di 224, 225, e però torniamo da capo. Dico poi di più, che date le radici aritmetiche sesquiterze 13, 15, e comparate a Dlasolrè ※ come 576, e a Ffaut come 500, si trova la minima differenza razionale di 624, 625. Dunque in differenza ancor più minima, e però in ragione della stessa natura della ragion radicale sesquiterza. Dunque non vi è risposta. Se poi a cagione della minima differenza si volesse cozzare contro la dimostrazione, preferendo la proporzione armonica completa di $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$, alla incompleta di 675, 576, 500, io non risponderò più con l' esempio dimostrativo sopras-

praſſegnato della ragione incompleta della terza minore  , della quinta incompleta  , che pure è della ſcala diatonica comune ad onta della ſua dimoſtrativa deduzione dall' armonico ſiſtema. Riſponderò col fatto, con la ſperienza, e col ſentimento comune. Si giudichino a confronto da tutto il mondo muſicale o nel ſuono, o nel canto queſte due forme di armonia, come prime baſi anzi a confronto della ſeconda forma ſi giudichi la ſteſſa armonia in qualunque altro modo diſpoſta. Dall' effetto ſempre ottimo della ſeconda, ſempre duro, e ſconcio della prima forma ſi rileverà ad evidenza fiſica la verità della mia propoſizione. Eſſendo impoſſibile nel preſente ſiſtema la diſgiunzione del fiſico dal dimoſtrativo, crederò, che la verità ſia dove la dimoſtrazione, e l' effetto ſi congiunge: non mai dove l' effetto non corriſponde alla dimoſtrazione. A me, come Profeſſore di muſica, ciò baſta, e avanza, ma non baſta al preſente ſiſtema, come dimoſtrativo. Perchè non eſſendo poſſibili nel medeſimo due dimoſtrazioni, le quali tra loro ſi oppongano, è ſegno ſicuriſſimo, che la dimoſtrazione qui ſopra oppoſta all' aſſegnazione di Dlaſolrè ※, come diviſore armonico della quarta, non è, nè può eſſer dimoſtrazione. Ecco la ſua fallacia. E' vero, che dato $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$: in numero 28, 24, 21, la proporzione armonica è completa, e 24 è il mezzo armonico completo. Ma non è poi vero, che 675, 500, cioè 

, ſia quarta completa, perchè in numeri primi eſſendo come 27 a 20, è in differenza della forma 4, 3, di 80, 81; $\frac{20.}{80}\ \frac{27}{81}$. Il termine 675, ch' è l' eguale a 27, ed è Ffaut, è inalterabile, perchè del ſiſtema diatonico, e dimoſtrativamente dedotto; ed è l' incompleto riſpetto al primo termine della ſcala, Dlaſolrè. Dunque il mezzo armonico, che deve dimoſtrativamente aſſegnarſi, non è di una quarta completa, come 4, 3, ma di una quarta incompleta, come 27, 20. Ora ſi dimoſtri, ſe di tal quarta traſportata in Cſolfaut, Ffaut, ſia mezzo armonico più proſſimo Dlaſolrè ※, come 576 tra 675, 500, o Elaſa, come $\frac{1}{7}$ tra $\frac{1}{6}, \frac{1}{8}$. Data la ragione 1269, 940, eguale a 27, 20,

ſarà

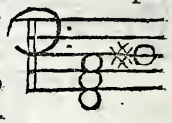
farà mezzo armonico 1080, perchè 1269 1080 940. Com-

differenze per 7 : 189 7 : 140

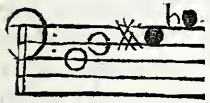
in numeri primi come 27 20

parati li due termini 675, 576 (in numeri primi 75, 64) a 1269, 1080 (in numeri primi 47, 40) risulta la ragione differenziale 375, 376. Comparati 6, 7 a 40, 47, risulta la ragione differenziale 140, 141. Ma 375, 376 è molto minor ragione di 140, 141, e risulta dalla comparazione di 40 vero mezzo armonico a 64, ch' è Dlasolrè ✕. Dunque Dlasolrè ✕ è tanto più prossimo di Elafà al vero mezzo armonico, di quanto la ragione 375, 376 è minore della ragione 140, 141, e questa è la fallacia scoperta. Dunque vera la mia proposizione, perchè vero il sistema, da cui fedelmente l' ho dedotta. Se poi in pratica per evitar la confusione giova intender il numero organico come si è inteso fin' ora (e giova veramente), si faccia senza scrupolo alcuno: molto più, perchè un tal difetto non procede intrinsecamente dal numero organico, quale per propria forza è sempre una pratica dimostrazione; ma procede dalla mancanza di un segno musicale, che in questo, e in altri casi dovrebbe aggiungersi di nuovo per dimostrare la individual differenza di que' termini, i quali sebben segnati con la stessa lettera musicale, non ostante sono tra loro diversi. Perciò come dimostrativamente l' accennato Dlasolrè ✕ è vero divisore armonico della quarta Csolfaut, Ffaut, e però vera settima di Ffaut, ma non mai da segnarsi con la nota musicale Elafà; così praticamente lo stesso Dlasolrè ✕ rispetto alle lettere musicali è vera sesta di Ffaut, e quando si ponga in prima base, diventa Csolfaut la sua vera settima. Dunque il difetto non è nel numero: è nella mancanza di un segno. Basta dunque all' intento la intelligenza dimostrativa del suddetto intervallo, e nulla più.

Quattro cose aggiungo relative all' addotto esempio musicale. La prima, che ad arte ho disposto l' armonia delle quattro note in diverse forme, acciò apparisca l' effetto, l' uso, e il maneggio diverso di que' tali intervalli. La seconda, che questo particolar sistema è capace di molte dissonanze senza alterazione della scala assegnata, il che è facile a vedere. La terza, che quantunque abbia chiamato qui sopra e questa scala, e questo sistema di genere cromatico, enarmonico, non intendo però, che a rigore così debba chiamarsi. Quanto ho fatto vedere nella scala diatonica inspessata, è certo, ch' è analogo a' due generi cromatico, enarmonico. Ma quanto si vede nella scala particolare di questo nuovo sistema è altrettanto certo, che l' analogia non vi è, se non in radice. Voglio dire, che questa scala essendosi dedotta dall' esempio 4 musicale annesso alla figura VII, e dalla inspessazione della scala diatonica con le note dell' esempio 4 essendosi dedotti li due generi suddetti, si può dire con verità, che l' analogia sia in radice. Nulla importandomi de' nomi, a me basta, che sia affatto

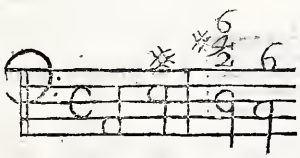


fatto ſenſibile la differenza delle due ſcale, e delle due riſpettive armonie, perchè ſi conoſca la diverſità del ſiſtema; e mi baſta di aver ridotti al ſuo genere, natura, e principio que' tali intervalli, che noi pratichiamo ſparſamente, e indifferentemente ſenza regola, e ſenza categoria. La quarta coſa, che qui conta molto ſi è quella, che le quattro note

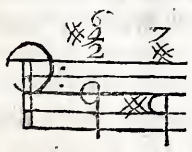


, fondamento di queſto particolare ſiſtema, quali ſono in preciſione le diſſonanze dimoſtrate nell' eſempio 4 anneſſo alla figura VII, relative alla ſcala diatonica comune, in queſto ſiſtema ſi reggono da ſe come conſonanze. Ecco dunque da una parte la perfezione del loro principio, ch' è il Circolo; e dall' altra la falſa idea, che ſi è avuta fin qui delle diſſonanze mal grate all' udito. Son più che ſicuro, che molti vi avrà di quelli, che riceveranno piacere non ordinario da queſta particolare armonia, quantunque coſtituita da note muſicali di prima intenzione diſſonanti; e niuno forſe ſi trovarà, che ne riceva diſpiacere, e diſguſto.

Dagl' intervalli particolari ſuddetti naſcono per lo più le particolari modulazioni, le quali da molti ſi uſano ne' noſtri tempi. Dico per lo più, perchè, come ſi vedrà, ſi può averne qualcheduna indipendentemente da' medeſimi. Dico da molti, perchè non tutti quelli, che per altro ſanno beniſſimo dove ſtanno di caſa, voglion valerſene. Anzi ho oſſervato, che quegli uomini diſtinti, ne' quali ſi trova ſentimento eſquiſito congiunto a fondamentale ragione, non le uſano mai. Queſte particolari modulazioni ſono ſoſtanzialmente inganni artificiali di modulazione, perchè dove queſta dovrebbe andare per la natura del tuono, in cui ſi è iſtituita la compoſizione, al tale determinato tuono relativo, ſi fa andare per arte ad un tuono affatto lontano e per natura, e per relazione dal tuono principale iſtituito. Un eſempio ſpiegarà intieramente la coſa. Sia in tuono di Alamirè con terza minore il ſeguente progreſſo di armonia, e



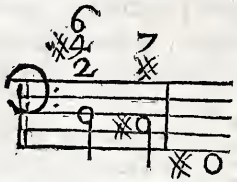
modulazione , la modulazione ſarà naturale del tuono propoſto. Ma nella riſoluzione di Dlaſolrè, ch' è la diſſonanza di ſettima poſta in Baſſo col numero 2, avendo luogo l' arte di riſolverla legittimamente, così in Cſolfaut ſeconda baſe, come in Cſolfaut ✻ prima baſe di terza

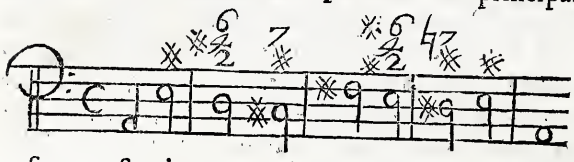
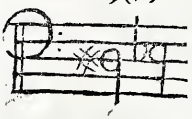


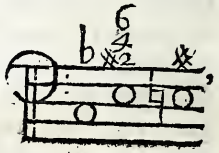
maggiore , con la diſſonanza di ſettima, ch' è apparecchiata dal numero 6 di Dlaſolrè, naſce da ciò l' ingano della modulazione, quale in vece di ritornar in A-

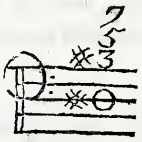
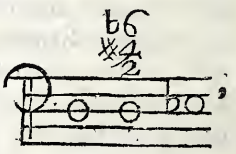
lami-

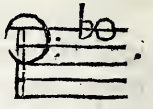
lamirè con terza minore, ch' è il ſuo principio, paſſa in Ffaut ✕ prima baſe di terza minore per natura della cadenza armonica propoſta in Cſol-

faut ✕ prima baſe di terza maggiore  . Quanto ſia lontano il tuono di Ffaut ✕ con terza minore dal tuono di Alamirè con terza minore, lo ſa qualunque dell' arte. Pure ſi uſa da molti queſto inganno artificiale di modulazione; e con inganno ſimile ritornando poi al tuono principale, come ſarebbe per eſempio

 , ſi ſtima una bellezza, e finezza non ordinaria dell' arte noſtra. Egualmente naſce queſto inganno di modulazione da qualunque nota muſicale di doppia figura. Dato per eſempio Dlaſolrè ✕, nel taſto organico fa doppia figura, di Dlaſolrè ✕, e di Elafà, perchè lo ſteſſo taſto ſerve a queſte due note  .

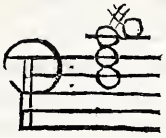
Indi l' inganno artificiale  ,

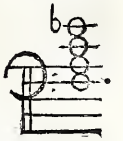
perchè Elafà ſi prende come  . Egualmente  ,

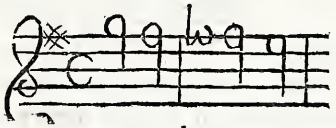
perchè la quarta col ✕, ch' è , ſi prende come  .

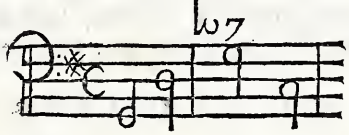
Io non mi prendo premura di apportarle gli eſempj più eſquiſiti. Baſtano queſti, che mi cadono ſotto la penna per dargliene idea generale. Ma mi prendo bensì la premura di aſſegnare la origine, e la miniera di queſti artificj, e di produrre il mio ſentimento ſopra l' uſo de' medeſimi. Dico dunque, che la origine non è, nè può eſſer nella ſcala diatonica comune, perchè ſarà impoſſibile qualunque di tali artificj, dove non vi entri, o il ſemituono minore, o nota muſicale di doppia figura: due condizioni, le quali non vi ſono, nè poſſono eſſervi nella ſcala diatonica comune inteſa a rigore. Dico, che la origine è nella ſcala diatonica inſpeſſata dell' eſempio 4 anneſſo alla figura VII. Ivi ſi trovarà la miniera

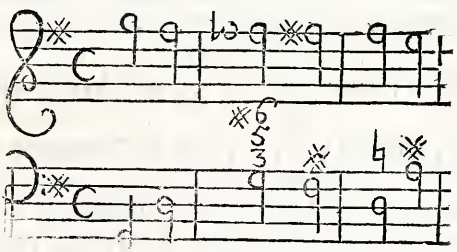
ra per dedurne molti, e curiosi; e molto più, se si aggiunga alla scala suddetta la settima consonante.

Dico, che in precisione l' armonia  , sopra cui è fonda-
ta la scala particolare, e l' esempio mu- sicale di questo Ca-
pitolo, è principio primo, e l' esempla- re di tale artificio,

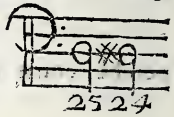
perchè come si è veduto, può convertirsi in settima consonante  .

Indi data la parte acuta  , in cui Ffaut ♭ deve supporsi settima con- sonante, perchè di-

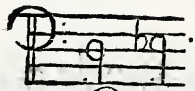


visore armonico di , dico, che convertendolo nell' armonia, e nella modulazione in  ec., cioè Elami ✻, applicato a luogo opportuno farà ottimo effetto, perchè rigorosamente l' armonia, e la modulazione non si allontana dal tuono proposto, che finalmente dev' esser l' oggetto principale. Questo per l' appunto è il fondamento, sopra cui appoggio il sentimento mio rispetto a tali artificj. In una composizione regolata da tuono proposto, e stabilito son persuaso, e convinto, che altri artificj di questa natura non possano aver luogo, se non que' soli, i quali non si partono dalla rigorosa modulazione del tuono. Dove poi possono interamente aver luogo quanti mai sono possibili per arte, credo, che siano i Recitativi di un Dramma, di un Oratorio, e cose simili. Perchè i Recitativi non solamente non sono ivi obbligati a tuono proposto, e stabilito, ma anzi per lo contrario servono al comodo del Compositore per dis-

porre, ed apparecchiare ad arbitrio il tuono delle arie, o canzoni. In ispecie poi, e in precisione ottimo effetto possono produrre nel Recitativo tali artificj, quando s' intenda la loro forza, e natura, e si adattino alle parole convenienti, di che in un Dramma non manca la occasione. Dopo tutto ciò, che appartiene alla pratica, resta a vedere, se tali note musicali di doppia figura possano dimostrativamente servire a tal uso. Ma è troppo facile il vedere, che nol possono in modo alcuno, perch' è troppo evidente la differenza, che vi è dal semituono minore



al semituono maggiore a Dlasolrè ※, e ad Egione; e però è dimo-



. Regge il tasto organico medesimo lafà, ma non regge la stessa rastrativamente impossibile, che le due note suddette possano convertirsi tra loro, dovendosi intender lo stesso di tutte le note musicali di doppia figura. Dunque dimostrativamente tali note non possono servire a tal uso, sebben praticamente si fanno servire. E qui finisco il sesto, ed ultimo Capitolo.

CONCLUSIONE.

STabilite le parti integrali del presente sistema, conchiudo il trattato riuscito più lungo di quello, che io mi aspettassi. Prevenendo le difficoltà, che risguardano il sistema, le propongo, e le sciolgo. Due difficoltà nascono nel Capitolo primo sopra due fenomeni ivi esposti, e sono; la corda sonora tesa su 'l monocordo, e il terzo suono risultante da due, o più dati suoni. La corda sonora, che da me si asserisce non produrre se non tre suoni, come $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$, da altri si asserisce produrne molti più, cioè $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, oltre $1; \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$; ma difficilmente sensibili, perchè in ottava con la unità, e tra loro. Altri successivi dopo $\frac{1}{5}$, cioè $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ ec.; ma quasi insensibili, perchè troppo acuti. Sia così; ma da niuno si dubita, se siano, o no in armonica proporzione. Questo basta al mio intento; non sarà vera in tal rispetto qualche mia proposizione particolare: resta vero il sistema nelle sue parti integrali. Il terzo suono, che io dico unisono costantemente a $\frac{1}{2}$, quando i dati suoni siano in serie armonica, si può dubitare che sia unisono al tutto, o sia alla prima unità della serie. Di fatto la qualità di questo terzo suono essendo diversa dalla qualità del suono naturale delle corde, questa diversità può cagionare equivoco ad onta del più esquisito senso di udito, e di migliaja di prove. Sia così in ipo-

ipoteſi; ma non vi è luogo a dubitare, ſe il terzo ſuono ſia, o no il baſſo armonico, o ſia la radice armonica de' dati ſuoni. Tanto baſta, e avanza al fiſico ſtabilimento dell'armonia: unico, e principale oggetto del preſente ſiſtema.

Nel ſecondo Capitolo interamente ordinato a provare armonica la figura Circolare, oltre qualche difficoltà può eſſervi confuſione, perchè io provo la propoſizione ſuddetta in tali, e tanti modi, che non ſolamente è difficile comprenderli tutti; ma compreſi che ſiano, pare che i principj diverſi, da' quali deduco le propoſizioni, ſi oppongano tra loro. Altrettanto a ciò contribuiſce il fine del Capitolo, dove per darle idea più completa della ſcienza mi ſon dilatato oltre i confini del ſiſtema, quando in tutto il rimanente del trattato mi ſon riſtretto di propoſito alle coſe puramente neceſſarie. Ma molto più contribuiſce a difficoltà, e confuſione il principio, e il metodo, di cui mi valgo, perchè la prova principale della mia propoſizione eſſendo dedotta da ragioni aſtratte, come principj primi producenti, e formanti la figura circolare, e non da quantità concreta lineare, o ſia dalla già formata figura, la novità del principio, e del metodo deve neceſſariamente produrre difficoltà, e confuſione. E' facile il rimedio ſcieglendo, e congiungendo le ſole ſeguenti propoſizioni ivi dimoſtrate. Prima; la tripla, proporzione determinante l'armonico ſiſtema, di cui è il fondamento concreto, com'è il principio aſtratto dell'armonica proporzione. Seconda; li quadrati de' ſeni, mezzi armonici della ragione, in cui ſi è diviſo il diametro (ridotta la ragione a proporzione geometrica diſcreta ec.), in forza de' quali ſi è dimoſtrata armonica la circonferenza. Terza; il diametro, come ſomma di due raggi, e come diviſo da ſeni, aritmetico nel ſuo principio concreto, perchè neceſſariamente compoſto, e diviſo da unità eguali. A queſte tre propoſizioni ſi aggiunga la propoſizione di Archimede, in cui per poligoni iſcritti, e circoſcritti ſi dimoſtra eſſer il diametro alla circonferenza come 7 a 22. nulla per ora importando il difetto di 7, o l'eccesſo di 22. Nelle mie propoſizioni contenendoſi il principio *a priori*, nella propoſizione di Archimede contenendoſi il principio *a poſteriori* della figura circolare, dico che ordinate tra loro le quatro propoſizioni riſulta quella tal dimoſtrazione della verità del mio principio, e del mio ſiſtema, a cui nè Ella, nè chiunque avrà mai che opporre. Ecco l'ordine. Per la prima propoſizione la tripla è la proporzione determinante l'armonico ſiſtema ec. Dunque ſe la figura circolare procede da un principio armonico primo, in qualunque modo proceda, queſto principio primo non può eſſer ſe non la tripla. Sia perciò la tripla geometrica diſcreta 2, 3, 4, 6, formata da due mezzi, armonico 3, aritmetico 4, tra' quali ſi aſſegni il mezzo aritmetico $3:\frac{1}{2}$, e però duplicati i termini in 4, 6, 8, 12, ſarà 7 il nuovo mezzo aritmetico aſſegnato; ſarà diverſo dal mezzo aritmetico 4, ch'è il mezzo naturale della proporzione; e come centro, o ſia mez-

zo de' due mezzi 3,4, secondo la scienza del premesso trattato sarà indicazione dimostrativa delle radici triple, quando si congiunga con qualunque de' due estremi 4,12. Indi si sommino i tre soli termini della tripla armonica, 12,6,4. Sarà la somma 22, e risultarà la posizione de' due termini 7,22, dedotti sistematicamente dalla ragion tripla. Ma per la quarta proposizione il diametro è 7, la circonferenza è 22. Per la terza proposizione il diametro è aritmetico: egualmente 7 mezzo aritmetico tra 6,8. Per la seconda proposizione la circonferenza è armonica: egualmente 22 somma della tripla armonica. Dunque vero il principio, e il sistema.

Ora si cerchi cosa risulti dalla posizione di Mezio assai più esatta, 113 diametro, 355 circonferenza. Sia la tripla geometrica discreta 28,42, 49, 56, 84. La posizione 28,42,49,56,84, è eguale alla posizione 4,6, 7,8,12. Li due termini aggiunti 48,50, sono i due mezzi, armonico 48, contrarmonico 50 della sesquiterza 42,56, di cui è mezzo aritmetico 49. Si riducano a proporzione geometrica discreta li tre termini

mezzi
2400 arm.
48,49,50, in 2352, 2401 aritm. 2450. A ragguaglio moltiplicati
2402 contrar.

per 49 i tre termini della tripla armonica 28,42,84, saranno 1372, 2058,4116; sarà la loro somma 7546. Si moltiplichino i due mezzi 2401, 2402 per 355. Sarà il risultato di 2401, 852355: di 2402, 852710. Si moltiplichi 7546 per 113, e per 355. Saranno i due risultati 852698, 2678830, eguali a 113, 355, come 852355, 2678830 sono eguali a 7,22. Posto mezzo 852698 tra 852355 mezzo aritmetico, e 852710 mezzo contrarmonico, e dedotte le differenze, risultano per differenze i due termini 343, 12. Fatta a questi l' analisi, si trova, che 12 è l' estremo preciso della tripla assegnata 4,6,7,8,12; che 343 è il cubo di 7, perchè 7 per 7,49; e 7 per 49, 343. Ma 7,12, è la mia posizione in radice, indicante dimostrativamente le radici triple; le differenze (di consenso comune) sono i minimi componenti primi; il principio de' poligoni è affatto diverso dal mio principio, e si risolve per le differenze nel mio principio. Dunque, sia incognita quanto si vuole la scienza indicata dal risultato numero Cubo; sia impossibile quanto si vuole la quadratura del circolo, resta interamente dimostrata, e confermata la verità del mio principio, e del mio sistema: essendo dimostrativamente necessario, che tali precisioni dipendano da un principio vero, e primo. Legittima conseguenza si è ch' essendo vera la scienza, i principj, il sistema, la difficoltà inevitabile, che risulta dalla loro novità, debba esser superata da studio, tempo, e coltura.

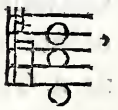
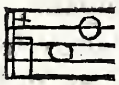
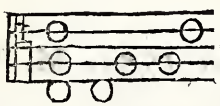
Nel

Nel terzo Capitolo due sono le difficoltà relative al sistema. Prima, se il circolo sia immagine, o esemplare. Seconda, se il fisico-armonico sistema abbia la sua estensione integrale fino alla sestupla, e nulla più. Queste due difficoltà sono ivi sciolte in tal modo, che non ammettono risposta. Rispetto alla seconda difficoltà è vero, che per provare il compimento dell' armonico sistema nella sestupla estensione mi valgo del fenomeno della corda sonora tesa su 'l monocordo come producente non più che tre suoni; e però quando i suoni si estendano oltre $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ ec., la prova non tiene certamente. Ma questa essendo prova aggiunta, e la principale essendo la dimostrazione, per cui si fa ivi chiaramente vedere, che il sistema armonico oltrepassando $\frac{1}{6}$ si converte in sistema geometrico, questa non ammette risposta. Nel fine del terzo Capitolo, dove definisco le rispettive armonie, e in conseguenza le consonanze, e dissonanze, occorre la più grave, e importante di tutte le difficoltà. E' certo, che nella definizione della fisica armonia io realizzo quelle nature di quantità, che rispetto al modo comune di pensare null' altro sono, se non disegnazioni della nostra mente; e però è certo, che ivi mi oppongo al pensamento comune. Ma non son io, che mi oppongo: sono i fenomeni, che costringono e me, e quanti siamo a dover così pensare. Ardiremmo noi forse di chiamar nostra disegnazione i suoni, che risultano dalla corda tesa su 'l monocordo? il terzo suono, che risulta da due, o più dati suoni? i suoni di consenso, che risultano dalle tali date figure de' corpi sonori ec.? Queste sono leggi di natura indipendenti affatto dal nostro arbitrio, e dalle nostre disegnazioni. Da queste io mi son lasciato ciecamente condurre, e a queste rigorosamente mi sottoscrivo. Perciò se qui vi è luogo a opposizione, si faccia non a me, ma alla fisico-armonica natura.

Non sapendo io prevedere altre difficoltà sostanziali, ed essendo stabilito ne' tre Capitoli primi l' intero sistema, mi lusingo di averlo stabilito con tutto quel rigore, a cui fin da principio mi son obbligato. Non però intendo di aver consumato il trattato con tutte le possibili particolari deduzioni. In tal caso vi avrebbe voluto non poca mole, ma un volume, da cui Ella Sig. Conte abborrisce, ed io egualmente. Per altro che sia necessario un tal volume, in cui si contenga la scienza, e l' arte del contrappunto, e questa sia interamente consumata, e pianamente ridotta a intelligenza comune della Professione musicale, lo confesso Sig. Conte, è pur troppo necessario; e l' uomo veramente atto alla impresa è qui tra noi. Piaccia a Dio, che per vantaggio della Professione vi si disponga, giacchè quanto vi è fin' ora in pubblico tra noi di precetti Musicali, non ha altro fondamento, che la sola pratica. Ma qui non finisco di maravigliarmi abbastanza, considerando fin dove in questo proposito sia arrivato l' umano sentimento. E' certo, che sono molti secoli da che si com-

compone in armonia. E' certo, che in tutti questi secoli non si è veduto un trattato, che dimostri i veri principj dell' armonia, e da questi deduca le regole del contrappunto. E' certo, che scoperti finalmente questi principj, e dedotte le regole principali, com' Ella ha veduto nel trattato, si trova che la pratica per puro sentimento ha colto intieramente nelle suddette regole principali. Bisogna dire, che la musica sia in noi congenita, e l' armonia sia molto analoga alla umana ragione. Qui ella mi ricercarà, se supponendo che non vi sia armonia musicale, in forza di questa sola scienza possa dedursi la stessa armonia musicale, che si è dedotta per sentimento. Le risponde esser possibilissima la deduzione. Il metodo da me usato è relativo al di lei comando. Ella ha voluto le ragioni scientifiche della nostra pratica musicale, supposta la esistenza dell' armonia, e nulla più; ed io credo di esserne riuscito. Per altro quando Ella rifletta allo spirito, e sostanza del trattato, vedrà evidentemente la possibilità della deduzione indipendente dal sentimento. Se poi giovi seguir il sentimento piuttosto che la scienza, o per lo contrario, io nol decido. Rifletto bensì, che questo sentimento è reale, questa scienza è reale. Perciò conchiudo, che giovi congiungere il sentimento alla scienza, sebben confesso sinceramente, che una tal scienza dedotta da tali fondamenti, e stabilita in tal modo sia molto più da Filosofo, che da musico pratico, e però difficile abbastanza per chiunque. Son persuaso, che quando fosse pubblicamente nota, e coltivata, lo studio, il tempo, le ulteriori scoperte, e osservazioni produrrebbero facilità maggiore congiunta a somma utilità in due rispetti. L' uno, che l' umano sentimento appoggiato a vera scienza, e ajutato dalle cose fisiche inseparabili dalla medesima si spiegarebbe molto meglio, e si dilatarebbe molto più; indi una ben fondata speranza di pervenire per altra strada a quel segno, a cui sono pervenuti gli antichi. L' altro, che si scuoprirebbe felicemente un giorno quale, e quanta sia la estensione della scienza fisico-armonica, di cui la nostra musica è una piccola parte. Molti uomini dotti, e profondi si sono in diversi tempi interessati per la musica considerata in quel prospetto, che han creduto esser il legittimo; e a ragguaglio han detto, e dedotto cose vere, maravigliose, e degne di ogni lode. Ma quando fosse veduta in questo nuovo prospetto, che risguardo all' armonia io son convinto esser l' unicamente vero, e legittimo; ed uomini sì fatti si degnassero d' interessarvisi nuovamente, conoscerebbero assai meglio di me contenervisi cose molto maggiori, e di somma importanza. Ma di ciò nulla a me non per altro interessato, se non che per servirla nel particolar suo piacere. Torno dunque al proposito, e dico che quando Ella secondo il suo modo, e metodo rigoroso abbia fatto l' esame delle parti sostanziali del sistema, e trovi che il sistema regga interamente alla prova, faccia Ella le sue particolari deduzioni, e son sicuro, che dedurrà ottimamente senza che cosa alcuna le sfugga dalla considerazione.

Se

Se io le dico per esempio, che la regola di non doversi fare due ottave, e due quinte successive tra le parti dell' armonia ha il suo principio non solo in genere dalla natura de' due sistemi armonico, aritmetico, ne' quali le ragioni successive sono sempre diverse, ma in ispecie dalla dupla, e sesquialtera, come ragioni fondamentali dell' armonico sistema, e però per dignità, e significazione affatto distinte dalle altre ragioni. Se io le dico, che la regola de' moti contrarj tra le parti ha il suo fondamento nell' esempio musicale 3 annesso alla settima figura, in cui non solo è chiaro il moto contrario a confronto dell' esempio 2, ma vi è di più la indicazione della regola di que' tali progressi di nota a nota, che per gradi, o salti sono leciti tra le parti, e il Basso. Se io le dico, che la regola della formazione de' soggetti reali (artificio distinto, e miniera di altri molti) sta sostanzialmente nella divisione armonica, e aritmetica della ottava; e però divisa armonicamente la ottava  , se una propone , l' altra deve rispondere  ; e così se divisa aritmeticamente  ec. Se io o questo, o altro le dica per esempio passeggiero, so di dir cose per Lei superflue. Replico dunque, che quando Ella trovi vero il presente sistema in se stesso, e in ciascuna sua parte (ma siamo al caso, o tutto, o nulla), Ella avrà occasione rispetto al suo talento pronto, e profondo di dedurre per molti, e molti anni; ed io credo con ragione, ch' essendo Ella giovane, io oramai vecchio, ella seguirà a dedurre, io non sarò più tra' viventi. Qualunque cosa succeda, finchè vivo, son suo per debito, rispetto, e cuore; e però sempre disposto ad obbedirla, come ho fatto presentemente.

IL FINE.

Pag. 24. *lin.* 30. armonico *leggi* aritmetico

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Reviſione, ed Approvazione del *P. Fr. Franceſco Antonio Mantua Inquiſitore Generale del Sant' Offizio di Padova*, nel Libro intitolato: *Trattato di Muſica ſecondo la vera Scienza dell' Armonia MS.* non v' eſſer coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e buoni coſtumi, concediamo Licenza a *Giovanni Manfrè Stampatore di Venezia*, che poſſa eſſere ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, e preſentando le ſolite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 28. Gennajo 1753. M. V.

(*Gio: Emo Proc. Rif.*

(*Marco Foſcarini Cav. Proc. Rif.*

(*Alviſe Mocenigo IV. Cav. Proc. Rif.*

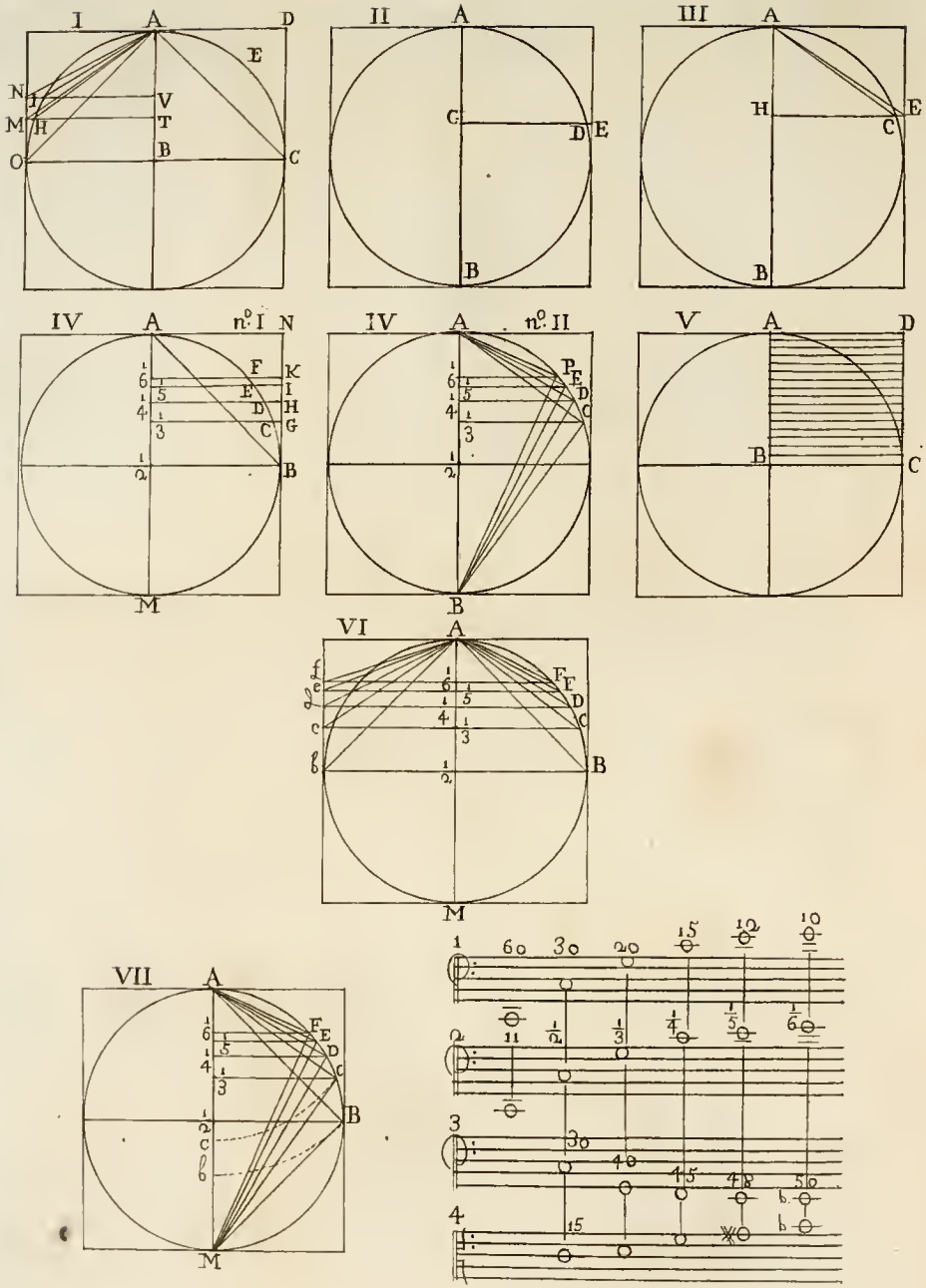
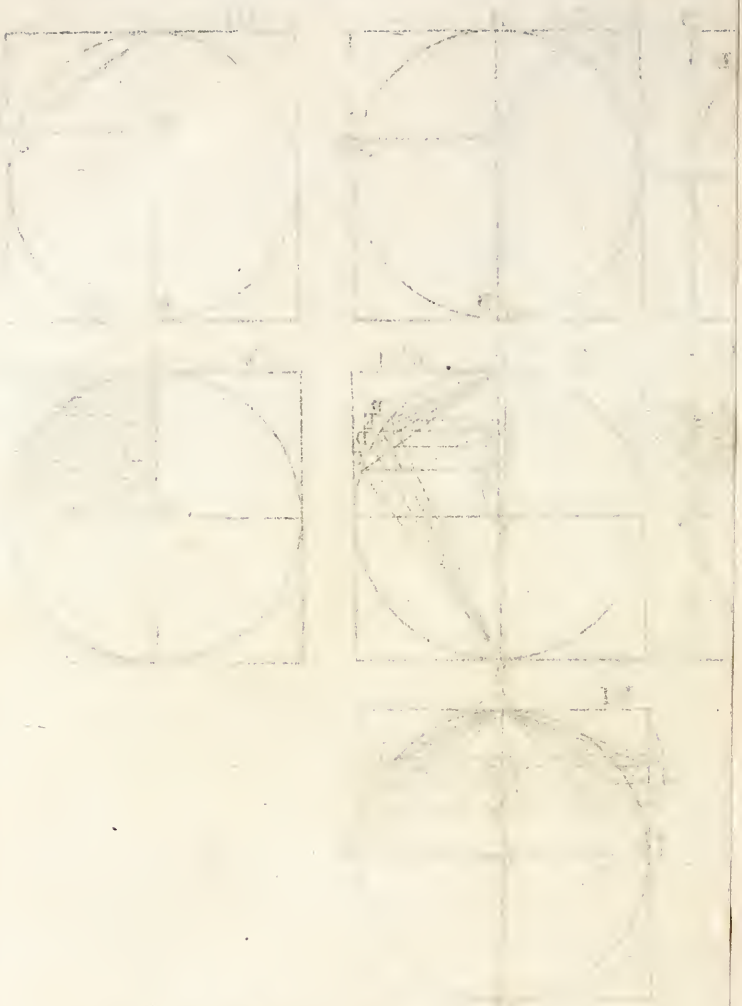
Regiſtrato in Libro a Carte 38. al num. 269.

Giacomo Zuccato Segr.

A dì 1. Febbrajo 1753. M. V.

Regiſtrato nel Magiſtrato Eccellentiſſimo degli Eſecutori contro la Beſtemmia.

Alviſe Legrenzi Segr.


I
A
D
E
N
M
O
H
V
T
B
C
II
A
G
D
E
B
III
A
H
E
C
B
IV
A
n°. I
N
F
K
E
I
D
H
C
G
B
M
IV
A
n°. II
F
E
D
C
B
V
A
D
B
C
VI
A
f
e
d
c
b
F
E
D
C
B
M
VII
A
F
E
D
C
B
M
1
60
30
20
15
12
10
2
11
1/2
1/3
1/4
1/5
1/6
3
30
40
45
48
50
4
15